第 04 天　二次函数与一元二次方程

中考频度：★★★☆☆　　难易程度：★★☆☆☆

1．二次函数 $y=x^2-1$ 的图象与 y 轴的交点坐标是

A．（0，1）　　B．（1，0）　　C．（−1，0）　　D．（0，−1）

2．已知关于 x 的函数 $y=(m+3)x^2-4x-1$ 与 x 轴有交点，则 m 的取值范围是

A．$m>-7$　　B．$m\geq-7$　　C．$m>-7$ 且 $m\neq-3$　　D．$m\geq7$ 且 $m\neq-3$

3．抛物线 $y=x^2-6x+9$ 与坐标轴的交点个数是

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

4．已知抛物线 $y=x^2-x-1$ 与 x 轴的一个交点为（m，0），则代数式 $m^2-m-2018$ 的值是

A．−2017　　B．−2018　　C．2017　　D．2018

5．根据下列表格中二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的自变量 x 与函数值 y 的对应值，判断方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$，a，b，c，为常数）的一个解 x 的范围是

x	5.1	5.2	5.3	5.4
$y=ax^2+bx+c$	−0.03	−0.01	0.02	0.04

A．$5.1<x<5.2$　　B．$5.2<x<5.3$

C．$5.3<x<5.4$　　D．$5.4<x<5.5$

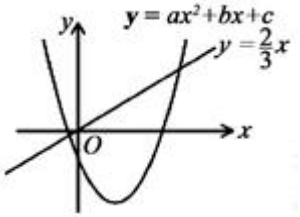
6．二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表，则方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个解的范围是

x	6.17	6.18	6.19
y	–0.03	–0.01	0.02

A．$-0.03<x<-0.01$　　B．$-0.01<x<0.02$

C．$6.18<x<6.19$　　D．$6.17<x<6.18$

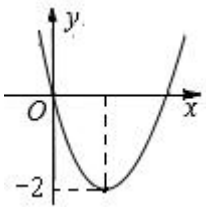
7．二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）和正比例函数 $y=\frac{2}{3}x$ 的图象如图所示，则方程 $ax^2+(b-\frac{2}{3})x+c=0$（$a\neq0$）的两根之和



A．小于 0　　B．等于 0

C．大于 0　　D．不能确定

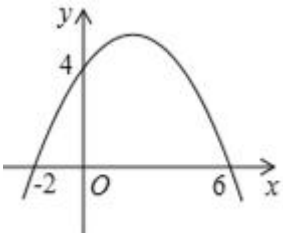
8．二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象如图，若一元二次方程 $ax^2+bx+m=0$ 有实数根，则以下关于 m 的结论正确的是



A．m 的最大值为 2　　B．m 的最小值为–2

C．m 是负数　　D．m 是非负数

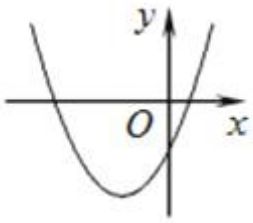
9．二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象如图，以下结论正确的是



A．$abc>0$　　B．方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个实数根分别为–2 和 6

C．$a-b+c<0$　　D．当 $y=4$ 时，x 的取值只能为 0

10．二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则在下列说法中，与此函数的系数相关的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的情况，说法正确的是



A．方程有两个相等的实数根　　B．方程的实数根的积为负数

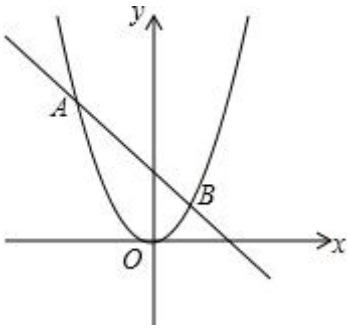
C．方程有两个正的实数根　　D．方程没有实数根

11．已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）与 x 轴的两个交点的坐标分别是（–3，0），（2，0），则方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的解是_____.

12．若二次函数 $y=x^2+mx$ 的对称轴是 $x=3$，则关于 x 的方程 $x^2+mx=7$ 的解为_____．

13．已知抛物线 $y=ax^2-2ax+c$ 与 x 轴一个交点的坐标为（−1，0），则一元二次方程 $ax^2-2ax+c=0$ 的根为_____．学科-网

14．如图，抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=bx+c$ 的两个交点坐标分别为 $A(-2,4)$，$B(1,1)$，则方程 $ax^2=bx+c$ 的解是_____．

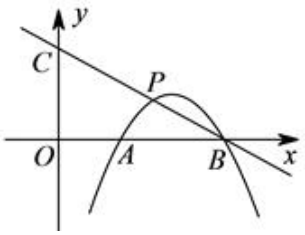


15．已知函数 $y=(m+\frac{1}{4})x^2+(2m-1)x-3$．求证：不论 m 为何值，该函数图象与 x 轴必有交点．

16．如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=-x^2+ax+b$ 交 x 轴于点 A（1，0），B（3，0）两点，点 P 是抛物线上在第一象限内的一点，直线 BP 与 y 轴相交于点 C．

（1）当点 P 是线段 BC 的中点时，求点 P 的坐标．

（2）在（1）的条件，求 $\sin\angle OCB$ 的值．



17．已知关于 x 的一元二次方程：$x^2-(m-3)x-m=0$．

（1）证明原方程有两个不相等的实数根；

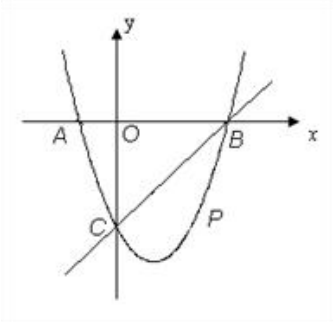
（2）若抛物线 $y=x^2-(m-3)x-m$ 与 x 轴交于 $A(x_1,0)$，$B(x_2,0)$ 两点，则 A，B 两点间的距离是否存在最大或最小值？若存在，求出这个值；若不存在，请说明理由．（友情提示：$AB=|x_1-x_2|$）

18．如图，在平面直角坐标系中，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交于 A、B 两点，A 点在原点的左侧，B 点的坐标为（3，0），与 y 轴交于 C（0，−3）点．

（1）求这个二次函数以及直线 BC 的解析式；

（2）直接写出点 A 的坐标；

（3）当 x 为何值时，一次函数的值大于二次函数的值．



19．已知抛物线 $y=(x-m)^2-(x-m)$，其中 m 是常数．

（1）求证：不论 m 为何值，该抛物线与 x 轴一定有两个公共点；

（2）若该抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{5}{2}$．

①求该抛物线的函数解析式；

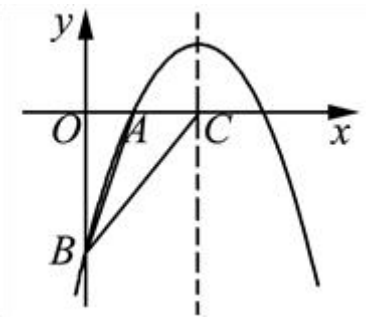
②把该抛物线沿 y 轴向上平移多少个单位长度后，得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点．

20．如图，二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 的图象经过 A（2，0），B（0，−6）两点．

（1）求这个二次函数的解析式；

（2）设该二次函数的对称轴与 x 轴交于点 C，连接 BA，BC，求△ABC 的面积；

（3）在 x 轴上是否存在一点 P，使△ABP 为等腰三角形，若存在，求出 P 的坐标；若不存在，说明理由．



参考答案

1．【答案】D

【解析】当 $x=0$ 时，$y=0-1=-1$，∴图象与 y 轴的交点坐标是（0，−1），故选 D．

2．【答案】D

【解析】由题意可知，$\Delta=16+4(m+3)\geq 0$ 且 $m\neq -3$，解得 $m\geq -7$ 且 $m\neq -3$，故选 D．

3．【答案】C

【解析】当 $x=0$ 时，$y=9$，则与 y 轴的交点坐标为（0，9），当 $y=0$ 时，$x^2-6x+9=0$，$\Delta=(-6)^2-4\times 1\times 9=0$，所以，该方程有两个相等的实数根，即抛物线 $y=x^2-6x+9$ 与 x 轴有一个交点，综上所述，抛物线

$y=x^2-6x+9$ 与坐标轴的交点个数是 2 个，故选 C.

4. 【答案】A

【解析】∵抛物线 $y=x^2-x-1$ 与 x 轴的一个交点为（m，0），∴$m^2-m-1=0$，∴$m^2-m=1$，∴$m^2-m-2018=1-2018=-2017$，故选 A.

5. 【答案】B

【解析】由表格中的数据看出$-0.01<0<0.02$，所以 x 应取对应的范围为 $5.2<x<5.3$，故选 B.

6.【答案】C

【解析】当 $y=0$ 时，$-0.01<y<0.02$，由表格可得 $6.18<x<6.19$；故选 C.

7.【答案】C

【解析】由方程 $ax^2+(b-\frac{2}{3})x+c=0$（$a\neq0$）可得 $ax^2+bx+c=\frac{2}{3}x$，可得二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）和正比例函数 $y=\frac{2}{3}x$ 的图象的交点的横坐标就是方程 $ax^2+bx+c=\frac{2}{3}x$ 的两个根，由图象可知方程 $ax^2+(b-\frac{2}{3})x+c=0$（$a\neq0$）的两根之和大于 0，故选 C.

8.【答案】A

【解析】对于函数而言，当 $y=-2$ 时，x 的值只有一个，当 $y<-2$ 时，没有对应的 x 的值，当 $y>-2$ 时，有两个对应的 x 的值；对于方程 $ax^2+bx+m=0$ 而言，当 $m=2$ 时，方程有两个相等的实数根，当 $m>2$ 时，方程没有实数根，当 $m<2$ 时，方程有两个不相等的实数根.综上可知，若一元二次方程 $ax^2+bx+m=0$ 有实数根，m 的最大值为 2．故选 A.

9.【答案】B

【解析】A、根据图象知道：$a<0$，$c>0$，对称轴在 y 轴的右边，∴$b>0$，∴$abc<0$，故选项错误；

B、∵抛物线与 x 轴的交点的横坐标为-2 和 6，∴方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个实数根分别为-2 和 6，故选项正确；

C、∵当 $x=-1$ 时，$y=a-b+c$，而根据图象知道当 $x=-1$ 时函数值 $y>0$，∴$a-b+c>0$，故选项错误；

D．当 $y=4$ 时，观察图象可知对应的 x 的取值有两个，故选项错误.

故选 B.

10.【答案】B

【解析】根据图象可以看出抛物线与 x 轴有两个不同的交点，

故与此函数的系数相关的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根，

由于两交点位于原点的两侧，故一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一正根一负根，故只有 B 正确；故选 B.

11.【答案】$x_1=-3$，$x_2=2$

【解析】∵抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$与 x 轴的两个交点的坐标分别是$(-3，0)$，$(2，0)$，

∴当 $x=-3$ 或 $x=2$ 时，$y=0$，即方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为 $x_1=-3，x_2=2.$

故答案为：$x_1=-3，x_2=2.$

12.【答案】$x_1=-1，x_2=7$

【解析】已知二次函数 $y=x^2+mx$ 的对称轴是 $x=3$ 可得 $-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{m}{2}=3$，解得 $m=-6$，所以 $x^2-6x=7$，解方程得 $x_1=-1，x_2=7$.故答案为 $x_1=-1，x_2=7$.

13.【答案】$x_1=-1$，$x_2=3$

【解析】∵在抛物线 $y=ax^2-2ax+c$ 中，对称轴为直线 $x=-\dfrac{-2a}{2a}=1$，

∴当抛物线与 x 轴的一个交点为（-1，0）时，它与 x 轴的另一个交点就为（3，0），

∴一元二次方程 $ax^2-2ax+c=0$ 的两根为 $x_1=-1，x_2=3$.故答案为 $x_1=-1$，$x_2=3$.

14.【答案】$x_1=-2$，$x_2=1$

【解析】∵抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=bx+c$ 的两个交点坐标分别为 A（-2，4），B（1，1），

∴方程组 $\begin{cases}y=ax^2\\y=bx+c\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x_1=-2\\y_1=4\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\y_2=1\end{cases}$，

即关于 x 的方程 $ax^2-bx-c=0$ 的解为 $x_1=-2$，$x_2=1$，

则方程 $ax^2=bx+c$ 的解是 $x_1=-2$，$x_2=1$.

故答案为 $x_1=-2$，$x_2=1$.

15.【解析】当 $m+\dfrac{1}{4}=0$，即 $m=-\dfrac{1}{4}$ 时，原函数为一次函数 $y=-\dfrac{3}{2}x-3$，

令 $y=-\dfrac{3}{2}x-3=0$，解得：$x=-2$，

∴当 $m=-\dfrac{1}{4}$ 时，函数 $y=(m+\dfrac{1}{4})x^2+(2m-1)x-3$ 与 x 轴的交点坐标为（-2，0）；

当 $m+\dfrac{1}{4}\neq0$，即 $m\neq-\dfrac{1}{4}$ 时，该函数为二次函数，

∵$\Delta=(2m-1)^2-4\times(m+\dfrac{1}{4})\times(-3)=4m^2+8m+4=4(m+1)^2\geq0$，

∴函数 $y=(m+\dfrac{1}{4})x^2+(2m-1)x-3$ 的图象与 x 轴至少有一个.

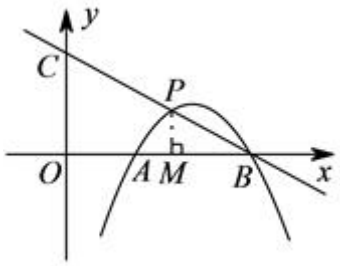
综上，不论 m 为何值，该函数图象与 x 轴必有交点．

16．【解析】（1）把 $A(1，0)$，$B(3，0)$ 代入 $y=-x^2+ax+b$ 得

$\begin{cases}-1+a+b=0\\-9+3a+b=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=4\\b=-3\end{cases}$．

∴抛物线解析式为 $y=-x^2+4x-3$．

过 P 作 $PM\perp x$ 轴于点 M．



∵ P 为 BC 的中点，$PM/\!/y$ 轴，∴ M 为 OB 的中点，

∴ P 横坐标为 $\frac{3}{2}$，

代入得 $y=\frac{3}{4}$，∴ P 坐标 $(\frac{3}{2}，\frac{3}{4})$．

（2）∵ $PM/\!/OC$，∴ $\angle OCB=\angle MPB$，$PM=\frac{3}{4}$，$MB=\frac{3}{2}$，

∴ $PB=\frac{3}{4}\sqrt{5}$，∴ $\sin\angle MPB=\frac{BM}{PB}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{4}\sqrt{5}}=\frac{2}{5}\sqrt{5}$，

$\sin\angle OCB=\frac{2}{5}\sqrt{5}$．学科_网

17．【解析】（1）$\Delta=[-（m-3）]^2-4（-m）=m^2-2m+9=（m-1）^2+8$，

∵ $（m-1）^2\geq 0$，∴ $\Delta=（m-1）^2+8>0$，

∴原方程有两个不相等的实数根．

（2）存在，

由题意知 x_1，x_2 是原方程的两根，

∴ $x_1+x_2=m-3$，$x_1\cdot x_2=-m$．

∵ $AB=|x_1-x_2|$，

∴ $AB^2=（x_1-x_2）^2=（x_1+x_2）^2-4x_1x_2=（m-3）^2-4（-m）=（m-1）^2+8$，

∴当 $m=1$ 时，AB^2 有最小值 8，

∴AB 有最小值，即 $AB=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

18. 【解析】（1）设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b_1$.

由题意知，点 B（3，0）和点 C（0，−3）在直线 BC 上，故将点 B 和点 C 的坐标分别代入直线 BC 的解析式，得 $\begin{cases}3k+b_1=0\\0\cdot k+b_1=-3\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=1\\b_1=-3\end{cases}$.

∴直线 BC 的解析式为 $y=x-3$.

由题意知，点 B（3，0）和点 C（0，−3）在二次函数的图象上，

故将点 B 和点 C 的坐标分别代入二次函数的解析式，

得 $\begin{cases}3^2+3b+c=0\\0^2+0\cdot b+c=-3\end{cases}$，解得 $\begin{cases}b=-2\\c=-3\end{cases}$，

∴该二次函数的解析式为 $y=x^2-2x-3$.

综上所述，该二次函数的解析式为 $y=x^2-2x-3$，直线 BC 的解析式为 $y=x-3$.

（2）点 A 的坐标为（−1，0），具体求解过程如下：

根据题意，将 $y=0$ 代入该二次函数的解析式，得 $x^2-2x-3=0$，

解这个关于 x 的一元二次方程，得 $x_1=3$，$x_2=-1$.

∵点 B 的坐标为（3，0），∴点 A 的坐标为（−1，0）.

（3）由函数的图象可知，在位于点 C 与点 B 之间的部分图象中，一次函数的图象在二次函数图象的上方.

∵点 B 的坐标为（3，0）和点 C 的坐标为（0，−3），

∴当 $0<x<3$ 时，一次函数的值大于二次函数的值.

19. 【解析】（1）$y=(x-m)^2-(x-m)=x^2-(2m+1)x+m^2+m$，

∵$\Delta=(2m+1)^2-4(m^2+m)=1>0$，

∴不论 m 为何值，该抛物线与 x 轴一定有两个公共点.

（2）①∵对称轴为直线 $x=-\dfrac{-(2m+1)}{2}=\dfrac{5}{2}$，

∴$m=2$，∴抛物线解析式为 $y=x^2-5x+6$.

②设抛物线沿 y 轴向上平移 k 个单位长度后，得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点，则平移后抛物线解析式为 $y=x^2-5x+6+k$，

∵抛物线 $y=x^2-5x+6+k$ 与 x 轴只有一个公共点，

∴$\Delta=5^2-4(6+k)=0$，∴$k=\frac{1}{4}$，

即把该抛物线沿 y 轴向上平移 $\frac{1}{4}$ 个单位长度后，得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点．

20．【解析】（1）∵二次函数的图象经过 A（2，0）、B（0，−6）两点，

∴ $\begin{cases}-2+2b+c=0\\ c=-6\end{cases}$，解得 $\begin{cases}b=4\\ c=-6\end{cases}$，

∴这个二次函数的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+4x-6$．

（2）令 $-\frac{1}{2}x^2+4x-6=0$，∴$x^2-8x+12=0$，

解得 $x_1=2$，$x_2=6$，

∴C（4，0），∴$AC=2$，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times2\times6=6$．

（3）点 P 坐标为（−2，0）或 $(2-2\sqrt{10},0)$或$(2+2\sqrt{10},0)$或$(-8,0)$．