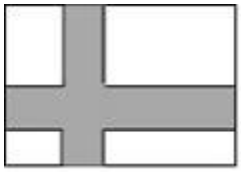
第 05 天　实际问题与二次函数

中考频度：★★★☆☆　　难易程度：★★★☆☆

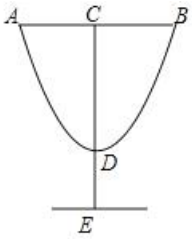
1．如图，在宽为 20 米，长为 32 米的矩形地面上修筑同样宽的道路（图中阴影部分），余下部分种植草坪，要使草坪的面积为 540 平方米，设道路的宽为 x 米，则下列方程正确的是



A．$32\times20-20x-30x=540$　　B．$32\times20-20x-30x-x^2=540$

C．$(32-x)(20-x)=540$　　D．$32\times20-20x-30x+2x^2=540$

2．设计师以 $y=2x^2-4x+8$ 的图形为灵感设计杯子如图所示，若 $AB=4$，$DE=3$，则杯子的高 $CE=$



A．17　　B．11　　C．8　　D．7

3．图 1 是一个横断面为抛物线形状的拱桥，当水面在 l 时，拱顶（拱桥洞的最高点）离水面 2 m，水面宽 4 m．如图 2 建立平面直角坐标系，则抛物线的关系式是

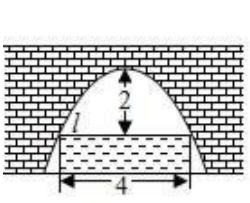


图 1

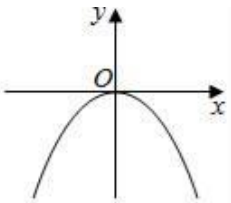
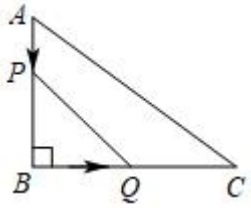


图 2

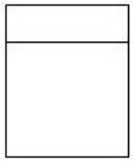
A．$y=-2x^2$　　B．$y=2x^2$　　C．$y=-0.5x^2$　　D．$y=0.5x^2$

4．如图，在△ABC 中，$\angle B=90°$，$\tan C=\dfrac{3}{4}$，$BC=8$．动点 P 从点 A 开始沿边 AB 向点 B 以 1 cm/s 的速度移动，动点 Q 从点 B 开始沿边 BC 向点 C 以 2 cm/s 的速度移动．若 P，Q 两点分别从 A，B 两点同时出发，在运动过程中，△PBQ 的最大面积是



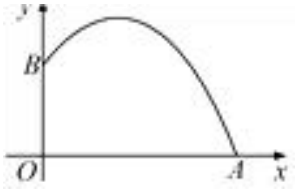
A．18　　B．12　　C．9　　D．3

5．用长 8 m 的铝合金制成如图所示形状的矩形窗框，使窗户的透光面积最大，那么这个窗户的最大透光面积是



A．$\frac{4}{3}$ m²　　B．$\frac{8}{3}$ m²　　C．4 m²　　D．$\frac{64}{25}$ m²

6．在羽毛球比赛中，某次羽毛球的运动路线可以看做是抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 的一部分(如图)，其中出球点 B 离地面 O 点的距离是 1m，球落地点 A 到 O 点的距离是 4m，那么这条抛物线的表达式是



A．$y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}x+1$　　B．$y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}x-1$

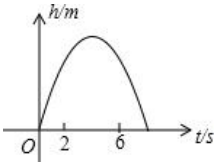
C．$y=-\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{4}x+1$　　D．$y=-\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{4}x-1$

7．把一个小球以 30 米/秒的速度竖直向上弹出，它在空中的高度 h（米）与时间 t（秒）的函数关系为 $h=30t-5t^2$，当小球达到最高点时，小球的运动时间为

A．2 秒　　B．3 秒

C．6 秒　　D．45 秒

8．竖直向上发射的小球的高度 $h(\mathrm{m})$ 关于运动时间 $t(\mathrm{s})$ 的函数表达式为 $h=\frac{1}{2\pi}t^2+\pi t$，其图象如图所示．若小球在发射后第 2s 与第 6s 时的高度相等，则下列时刻中小球的高度最高的是第



A．3s　　B．3.5s

C．4s　　D．6.5s

9．二维码已经给我们的生活带来了很大方便，它是由大小相同的黑白两色的小正方形（如图 1 中 C）按某种规律组成的一个大正方形，现有 25×25 格式的正方形如图 1，角上是三个 7×7 的 A 型大黑白相间正方形，中间右下一个 5×5 的 B 型黑白相间正方形，除这 4 个正方形外，若其他的小正方形白色块数 y 与黑色块数 x 正好满足如图 2 所示的函数图象，则该 25×25 格式的二维码共有多少块黑色的 C 型小正方形

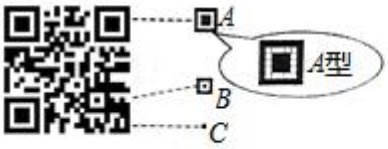


图1

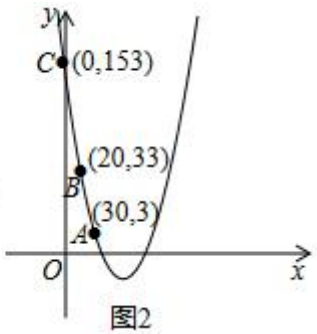


图2

A．153　　B．218

C．100　　D．216

10．生产季节性产品的企业，当它的产品无利润或亏损时就会及时停产，某公司生产季节性产品，一年中第 n 月获得的利润 y 和对应月份 n 之间的函数表达式为 $y=-n^2+12n-11$，则该公司一年 12 个月中应停产的所有月份是

A．6　　B．1，11

C．1，6，11　　D．1，11，12

11．校运动会小明参加铅球比赛，若某次投掷，铅球飞行的高度 y（米）与水平距离 x（米）之间的函数关系式为 $y=-\frac{1}{10}(x-3)^2+2.5$，那么小明这次投掷的成绩是_____米．

12．如图，用篱笆靠墙围成矩形花圃 $ABCD$，墙可利用的最大长度为 15 m，一面利用旧墙，其余三面用篱笆围，篱笆长为 24 m，若围成的花圃面积为 40 m^2 时，平行于墙的 BC 边长为_____m．



13．用一根长为 100cm 的铁丝，把它折成一个长方形框．设长方形的宽为 $x\text{cm}$，面积为 $y\text{cm}^2$，则 y 关于 x 的函数关系式是_____．

14. 有一种产品，生产 x 吨需费用 $\left(1000+5x+\frac{1}{10}x^2\right)$ 元，而卖出 x 吨的价格为 p 元/吨，其中 $p=a+\frac{x}{b}$（a，b 为常数），如果生产出来的产品全部卖掉，并且当产量是 150 吨时，所获利润最大，这时的价格为每吨 40 元，则 a，b 的值分别为_____、_____.

15．某超市按每件 30 元的价格购进某种商品，在销售的过程中发现，该种商品每天的销售量 w（件）与销售单价 x（元）之间满足关系 $w=-3x+150$（$30\le x\le 50$），如果销售这种商品每天的利润为 y（元），那么销售单价定为多少元时，每天的利润最大？最大利润是多少元？

16．某种小商品的成本价为 10 元/kg，市场调查发现，该产品每天的销售量 w（kg）与销售价 x（元/kg）有如下关系 $w=-2x+100$，设这种产品每天的销售利润为 y（元）.

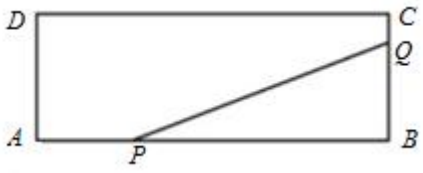
（1）求 y 与 x 之间的函数关系式；学科网

（2）当售价定为多少元时，每天的销售利润最大？最大利润是多少？

17．如图，矩形 $ABCD$ 的两边长 $AB=18$ cm，$AD=4$ cm，点 P，Q 分别从 A，B 同时出发，P 在边 AB 上沿 AB 方向以每秒 2 cm 的速度匀速运动，Q 在边 BC 上沿 BC 方向以每秒 1 cm 的速度匀速运动．设运动时间为 x（秒），$\triangle PBQ$ 的面积为 y（cm^2）.

（1）求 y 关于 x 的函数关系式，并写出 x 的取值范围；

（2）求$\triangle PBQ$ 的面积的最大值.



18．某商品现在的售价为每件 60 元，每星期可卖出 300 件，市场调查反映：如调整价格，每涨价 1 元，每星期要少卖出 10 件．已知商品的进价为每件 40 元．学_科网

（1）若每件涨价 x 元，每周卖出 y 件，求 y 与 x 之间的函数关系式；

（2）若每周可获利 w 元，求 w 与 x 的函数关系式；

（3）如何定价才能使利润最大？并求出最大利润.

19．某公司计划安排 25 人生产甲、乙两种产品，已知每人每天生产 25 件甲或 15 件乙，甲产品每件利润 18 元，当参与生产乙产品的工人少于 10 人时，乙产品每件利润为 40 元，在 4 人的基础上每增加 1 人，每件乙产品的利润下降 1 元，设每天安排 x 人生产甲产品，且不少于 4 人生产乙产品.

（1）请根据以上信息完善下表：

产品	工人数（人）	每天产量（件）	每件利润（元）

甲	x		18
乙			

（2）请求出销售甲乙两种产品每天的总利润 y 关于 x 的表达式；

（3）请你设计合理的工人分配方案，使得每天的利润最大化，并求出这个最大利润．

20．某水晶厂生产的水晶工艺品非常畅销，某网店专门销售这种工艺品.成本为 30 元/件，每天销售 y（件）与销售单价 x（元）之间存在一次函数关系，当 x=40 时，y=300；当 x=55 时，y=150．

（1）求 y 与 x 之间的函数关系式；

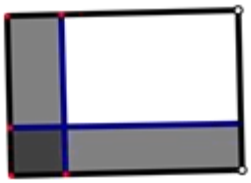
（2）如果规定每天工艺品的销售量不低于 240 件，当销售单价为多少元时，每天获取的利润最大，最大利润是多少？

（3）该网店店主热心公益事业，决定从每天的销售利润中捐出 150 元给希望工程，为了保证捐款后每天剩余利润不低于 3600 元，试确定该工艺品销售单价的范围．

参考答案

1．【答案】C

【解析】如图，将小路平移，则草地的长为（32−x）米，小路的宽为（20−x）米，故可列方程为：（32−x）（20−x）=540，故选 C．

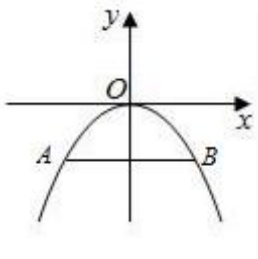


2．【答案】B

【解析】由图可知，CE 为对称轴，$y=2x^2-4x+8=2(x-1)^2+6$，∴D（1，6），∵AB=4，∴AC=BC=2，∴点 A 的横坐标为−1，当 x=−1 时，$y=2\times(-1)^2-4\times(-1)+8=14$，∴$CD$=14−6=8，∴$CE$=$DE$+$CD$=3+8=11，则杯子的高 CE 为 11，故选 B．

3．【答案】C

【解析】由题意得，B（2，−2），设二次函数解析式为：y=ax^2，将 B（2，−2）代入解析式得：−2=4a，解得 a=−0.5，所以函数解析式为 y=−0.5x^2，故选 C．



4. 【答案】C

【解析】设运动时间为 t，$\because \tan C=\frac{3}{4}$，$BC=8$.

$\therefore AB=8\times\frac{3}{4}=6$，$PB=6-t$，$BQ=2t$，

$S_{\triangle PBQ}=\frac{(6-t)\cdot 2t}{2}=-t^2+6t=-(t^2-6t)=-(t-3)^2+9$.

$\therefore t=3$ 时 $S_{\triangle PBQ}$ 有最大值 9，故选 C.

5. 【答案】B

【解析】设窗的高度为 x m，宽为 $\frac{8-2x}{3}$ m，所以面积 $S=\frac{x(8-2x)}{3}=-\frac{2}{3}(x-2)^2+\frac{8}{3}$，所以当 $x=2$ 时，面积最大为 $\frac{8}{3}$，故选 B.

6.【答案】A

【解析】根据已知出球点 B 离地面 O 点的距离是 1m，球落地点 A 到 O 点的距离是 4m，得出 B 点的坐标为：(0，1)，A 点坐标为（4，0），代入解析式 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$，即可求出 $b=\frac{3}{4}$，$c=1$，即可得出这条抛物线的解析式是：$y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}x+1$．故选 A.

7.【答案】B

【解析】$h=30t-5t^2=-5\left(t^2-6t\right)=-5\left(t-3\right)^2+45$，故当 $t=3$ 秒时，小球达到最高点，故选 B.

8.【答案】C

【解析】由题意可知：h（2）=h（6），则函数 $h=\frac{1}{2\pi}t^2+\pi t$ 的对称轴 $t=\frac{6+2}{2}=4$，

故在 $t=4$s 时，小球的高度最高，故选 C.

9.【答案】C

【解析】设函数解析式为 $y=ax^2+bx+c$，

则 $\begin{cases}c=153\\400a+20b+c=33\\900a+30b+c=3\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=0.1\\b=-8\\c=153\end{cases}$，

∴$y=0.1x^2-8x+153$，

∵C 型小正方形白色块数与黑色块数之和是：$25\times25-7\times7\times3-5\times5=453$，

∴$x+(0.1x^2-8x+153)=453$，

解得 $x_1=100$，$x_2=-30$（舍去），

即 C 型小正方形黑色块数为 100.

故选 C.

10.【答案】D

【解析】由题意知，利润 y 和月份 n 之间函数关系式为 $y=-n^2+12n-11$，

∴$y=-(n-6)^2+25$，当 $n=1$ 时，$y=0$，当 $n=11$ 时，$y=0$，当 $n=12$ 时，$y<0$，

故停产的月份是 1 月、11 月、12 月．故选 D.

11．【答案】8

【解析】令 $y=0$，则为 $-\frac{1}{10}(x-3)^2+2.5=0$，解得 $x_1=8$，$x_2=-2$（舍去），故小明这次投掷的成绩是 8 米，故答案为：8．学科网

12．【答案】4

【解析】由题意得，$x(\frac{24-x}{2})=40$，解得 $x_1=20$（舍去），$x_2=4$，BC 边长为 4 m，故答案为：4.

13.【答案】$y=-x^2+50x$

【解析】由题意得：$y=x(50-x)=-x^2+50x$，故答案为：$y=-x^2+50x$.

14.【答案】$a=45$；$b=-30$

【解析】设出售 x 吨时，利润是 y 元，

则 $y=(a+\frac{x}{b})x-(1000+5x+\frac{x^2}{10})=\frac{10-b}{10b}x^2+(a-5)x-1000$，

依题意可知，当 $x=150$ 时，y 有最大值，

则 $a+\frac{150}{b}=40$，

当 $b<0$ 或 $b>10$ 时，$\frac{10-b}{10b}<0$，

故 $\frac{5b(a-5)}{b-10}=150$，

$\begin{cases} a+\dfrac{150}{b}=40 \\ \dfrac{5b(a-5)}{b-10}=150 \end{cases}$，解得$\begin{cases} a=45 \\ b=-30 \end{cases}$.

故答案为：a=45，b=–30.

15. 【解析】由题意可得，

$y=x(-3x+150)=-3(x-25)^2+1875$，

∵$30\le x\le 50$，

∴x=30 时，y 取得最大值，此时 y=1800，

即销售单价定为 30 元时，每天的利润最大，最大利润是 1800 元.

16. 【解析】（1）由题意可得：$y=w(x-10)=(-2x+100)(x-10)$，

化简可得：$y=-2x^2+120x-1000$.

（2）∵$y=-2x^2+120x-1000=-2(x-30)^2+800$，

∴当 x=30，即销售价为 30 元时，每天的销售利润最大，最大利润是 800 元.

17. 【解析】（1）∵$S_{\triangle PBQ}=\dfrac{1}{2}PB\cdot BQ$，

$PB=AB-AP=18-2x$，

$BQ=x$，

∴$y=\dfrac{1}{2}(18-2x)x$，

即 $y=-x^2+9x$（$0<x\le 4$）.

（2）由（1）知：$y=-x^2+9x$，

∴$y=-(x-\dfrac{9}{2})^2+\dfrac{81}{4}$，

∵当 $0<x\le\dfrac{9}{2}$ 时，y 随 x 的增大而增大，而 $0<x\le 4$，

∴当 x=4 时，$y_{\text{最大值}}$=20，

即△PBQ 的最大面积是 20 cm^2.

18.【解析】（1）根据题意得：$y=300-10x$；

（2）根据题意得：$w=(60-40+x)(300-10x)=-10x^2+100x+6000$；

（3）$w=(60-40+x)(300-10x)$

$=-10x^2+100x+6000$

$=-10(x-5)^2+6250$；

当 x=5 时，y 有最大值，最大值为 6250.

此时售价为：60+5=65（元）.

答：每件定价为 65 元时利润最大，最大利润为 6250 元.

19.【解析】（1）请根据以上信息完善下表：

产品	工人数（人）	每天产量（件）	每件利润（元）
甲	x	$25x$	18
乙	$25-x$	$15(25-x)$	$19+x$

（2）$y=18\times25x+15(25-x)(19+x)$

$=-15x^2+540x+7125$.

（3）$y=-15x^2+540x+7125$

$=-15(x-18)^2+11985$，

当 x=18 时，y 取得最大值，最大值为 11985，

∴分配 18 个人生产甲产品，7 人生产乙产品时，可以获得最大利润 11985 元.

20.【解析】(1)设 y 与 x 之间的函数关系式：$y=kx+b$

由题意得：$\begin{cases}40k+b=300\\55k+b=150\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=-10\\b=700\end{cases}$，

∴y 与 x 之间的函数关系式为：$y=-10x+700$.

(2)设利润为 w 元，

由题意，得 $-10x+700\geq240$，解得 $x\leq46$，

则 $w=(x-30)(-10x+700)$，

$=-10x^2+1000x-21000$，

$=-10(x-50)^2+4000$，

∵ $-10<0$，

∴ $x<50$ 时，w 随 x 的增大而增大，

∴ $x=46$ 时，$w_{max}=-10(46-50)^2+4000=3840$，

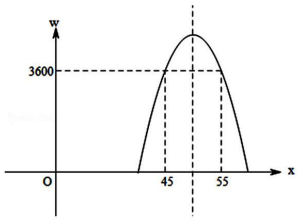
答：当销售单价为 46 元时，每天获取的利润最大，最大利润是 3840 元.

(3) $w-150=-10x^2+1000x-21000-150=3600$，

$-10(x-50)^2=-250$，

解得：$x_1=55$，$x_2=45$，

结合二次函数图象可得：



当$45\le x\le 55$时，捐款后每天剩余利润不低于 3600 元.