第 09 天　正多边形和圆、弧长和扇形面积

中考频度：★★★☆☆　　难易程度：★★☆☆☆

1．弧长为2π，圆心角150°的扇形的半径为

A．2　　B.2.4

C.3　　D.4.8

2．扇形的圆心角是 60°，则扇形的面积是所在圆面积的

A.$\frac{1}{3}$　　B.$\frac{1}{6}$

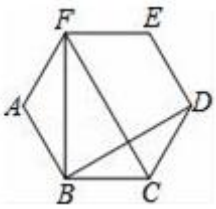
C.$\frac{1}{9}$　　D.$\frac{1}{12}$

3．如果一个正多边形的中心角为 72°，那么这个正多边形的边数是

A．4　　B．5

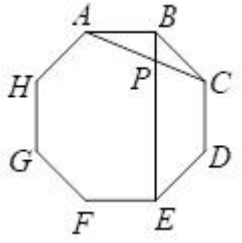
C．6　　D．7

4．如图，在正六边形 *ABCDEF* 中，△*BCD* 的面积为 2，则△*BCF* 的面积为



A．8　　B．6　　C．4　　D．3

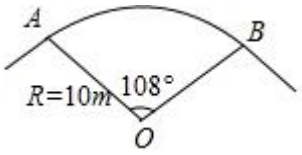
5．如图，正八边形 *ABCDEFGH* 的两条对角线 *AC*、*BE* 相交于点 *P*，∠*EPC* 的度数为



A．67.5°　　B．69°

C．72°　　D．112.5°

6．如图，一段公路的转弯处是一段圆弧（$\overset{\frown}{AB}$），则 $\overset{\frown}{AB}$ 的展直长度为



A．3π　　B．6π

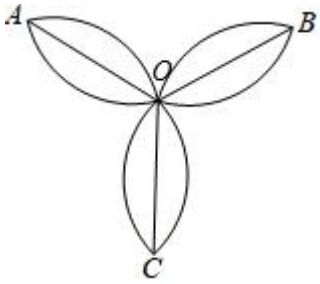
C．9π　　D．12π

7．圆锥的底面半径为 10cm，母线长为 15cm，则这个圆锥的侧面积是

A．100πcm^2　　B．150πcm^2

C．200πcm^2　　D．250πcm^2

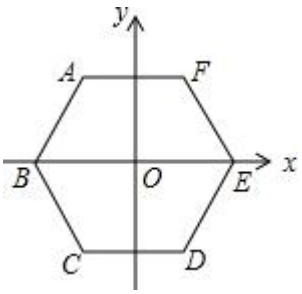
8．如图，由六段相等的圆弧组成的三叶花，每段圆弧都是四分之一圆周，$OA=OB=OC=2$，则这朵三叶花的面积为



A．3π–3　　B．3π–6

C．6π–3　　D．6π–6

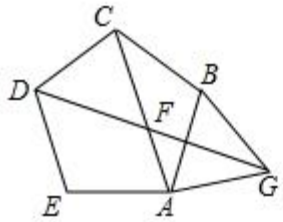
9．如图，边长为 4 的正六边形 $ABCDEF$ 的中心与坐标原点 O 重合，$AF\parallel x$ 轴，将正六边形 $ABCDEF$ 绕原点 O 顺时针旋转 n 次，每次旋转 60°，当 $n=100$ 时，顶点 A 的坐标为



A．（–2，$2\sqrt{3}$）　　B．（–2，$-2\sqrt{3}$）

C．（2，$-2\sqrt{3}$）　　D．（2，$2\sqrt{3}$）

10．老师在微信群发了这样一个图：以线段 AB 为边作正五边形 $ABCDE$ 和正三角形 ABG，连接 AC、DG，交点为 F，下列四位同学的说法不正确的是



乙 $AC \perp AG$

丁 DG 是 AB 的垂直平分线

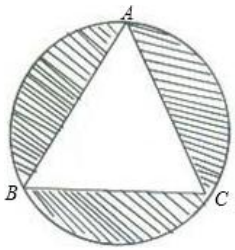
甲 $\triangle DCF$ 是等腰三角形

丙 AC 与 DE 平行

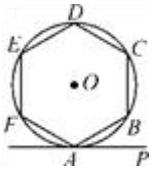
A．甲　　B．乙

C．丙　　D．丁

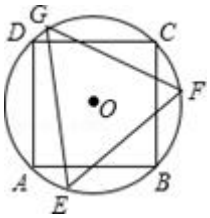
11．如图，正 $\triangle ABC$ 内接于半径为1cm 的圆，则阴影部分的面积为_____ cm^2．



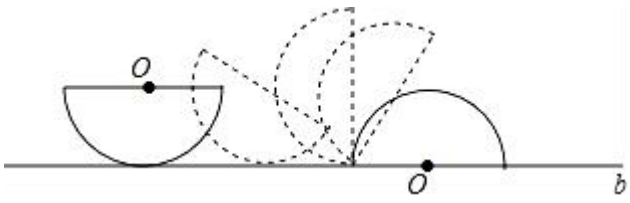
12．如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于⊙O，若直线 PA 与⊙O 相切于点 A，则∠PAB＝_____．



13．如图，正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，其边长为 4，则⊙O 的内接正三角形 EFG 的边长为_____．



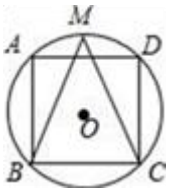
14．如图，在半径为 3 的半圆的初始状态是直径平行于桌面上的直线 b，然后把半圆沿直线 b 进行无滑动滚动，使半圆的直径与直线 b 重合为止，则圆心运动路径的长度等于_____．



15．如图，正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，M 为 $\overset{\frown}{AD}$ 中点，连接 BM，CM．

（1）求证：BM=CM；

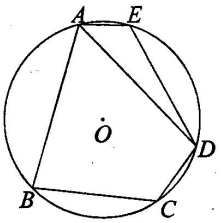
（2）当⊙O 的半径为 2 时，求 $\overset{\frown}{BM}$ 的长．



16．如图，在⊙O 的内接四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，$\angle C=120°$，点 E 在 $\overset{\frown}{AD}$ 上．

（1）求$\angle E$ 的度数；学科_网

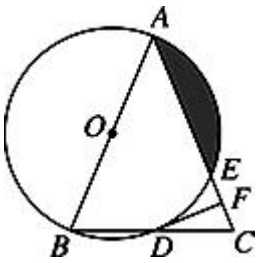
（2）连接 OD、OE，当$\angle DOE=90°$时，AE 恰好为⊙O 的内接正 n 边形的一边，求 n 的值．



17．如图，在△ABC 中，$AB=AC$，以 AB 为直径的⊙O 分别与 BC，AC 交于点 D，E，过点 D 作 $DF\perp AC$ 于点 F．

（1）判断 DF 与是⊙O 的位置关系，并证明你的结论；

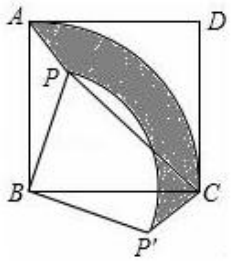
（2）若⊙O 的半径为 4，$\angle CDF=22.5°$，求阴影部分的面积．



18．如图，点 P 是正方形 $ABCD$ 内一点，连接 PA、PB、PC．

（1）将△PAB 绕点 B 顺时针旋转 90°得到△$P'CB$，若 $AB=m$，$PB=n$（$n<m$）．求△PAB 旋转过程中边 PA 扫过区域（阴影部分）的面积；

（2）若 $PA=\sqrt{2}$，$PB=2\sqrt{2}$，$\angle APB=135°$，求 PC 的长．



参考答案

1. 【答案】B

【解析】∵ $l=\dfrac{n\pi r}{180}$，弧长为 2π，圆心角为 150°.

∴扇形半径 $r=\dfrac{2\pi\times180}{150\times\pi}=2.4$，故选 B.

2. 【答案】B

【解析】60°÷360°=$\dfrac{1}{6}$，故选 B.

3. 【答案】B

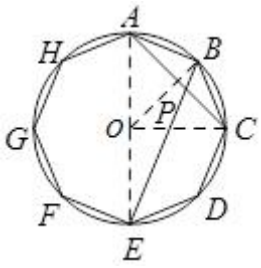
【解析】这个多边形的边数是 360÷72=5，故选 B.

4. 【答案】C

【解析】△*BCD* 与△*BCF* 同底，其高的比为：2∶1，∵△*BCD* 的面积为 2，∴△*BCF* 的面积为：4，故选 C.

5. 【答案】A

【解析】如图，圆 *O* 为正八边形 *ABCDEFGH* 的外接圆，则 $\angle AOB=\dfrac{360°}{8}=45°$，∴ $\angle ACB=\dfrac{1}{2}\angle AOB=22.5°$，同理 $\angle COE=90°$，$\angle CBP=\dfrac{1}{2}\angle COE=45°$，∴ $\angle EPC=\angle ACB+\angle CBP=67.5°$，故选 A.



6. 【答案】B

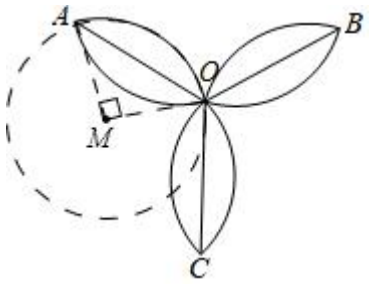
【解析】$\overset{\frown}{AB}$ 的展直长度为：$\dfrac{108\pi\times10}{180}$=6π（*m*）．故选 B.

7. 【答案】B

【解析】圆锥的底面周长是：2×10π=20π，则 $\dfrac{1}{2}$×20π×15=150π．故选 B.

8. 【答案】B

【解析】如图所示：弧 *OA* 是⊙*M* 上满足条件的一段弧，连接 *AM*、*MO*，



由题意知：$\angle AMO=90°$，$AM=OM$.

$\because AO=2$，$\therefore AM=\sqrt{2}$.

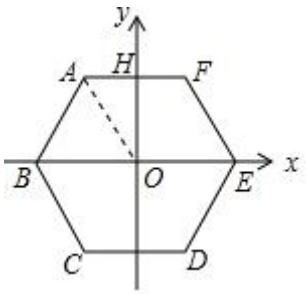
$\because S_{扇形AMO}=\frac{1}{4}\times\pi\times MA^2=\frac{1}{2}\pi$．$S_{\triangle AMO}=\frac{1}{2}AM\cdot MO=1$，$\therefore S_{弓形AO}=\frac{1}{2}\pi-1$，

$\therefore S_{三叶花}=6\times(\frac{1}{2}\pi-1)=3\pi-6$．故选 B.

9. 【答案】B

【解析】连接 OA，$\angle AOH=30°$，$AH=2$，$\therefore OH=\sqrt{OA^2-AH^2}=2\sqrt{3}$，$\because$六边形 $ABCDEF$ 是正六边形，

$\therefore$正六边形 $ABCDEF$ 绕原点 O 顺时针旋转 6 次回到原位置，$100\div6=16\cdots\cdots4$，$\therefore$当 $n=100$ 时，顶点 A 的坐标为（-2，$-2\sqrt{3}$），故选 B．学科网



10. 【答案】B

【解析】$\because$五边形 $ABCDE$ 是正五边形，$\triangle ABG$ 是等边三角形，

$\therefore$直线 DG 是正五边形 $ABCDE$ 和正三角形 ABG 的对称轴，

$\therefore DG$ 垂直平分线段 AB，

$\because\angle BCD=\angle BAE=\angle EDC=108°$，$\therefore\angle BCA=\angle BAC=36°$，

$\therefore\angle DCA=72°$，$\therefore\angle CDE+\angle DCA=180°$，$\therefore DE/\!/AC$，

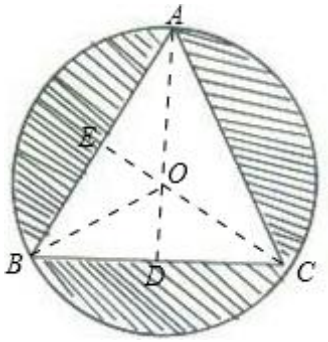
$\therefore\angle CDF=\angle EDF=\angle CFD=72°$，

$\therefore\triangle CDF$ 是等腰三角形.

故丁、甲、丙正确.故选 B.

11. 【答案】$\pi-\frac{3\sqrt{3}}{4}$

【解析】分别过 A、C 作 BC、AB 边的垂线相交于点 O，



由等边三角形的性质可知，点 O 即为△ABC 的外心，

连接 OB，则∠OBD=30°，

设正△ABC 的边长为 a，则 $\frac{\sqrt{3}}{3}a=1$，$a=\sqrt{3}$，

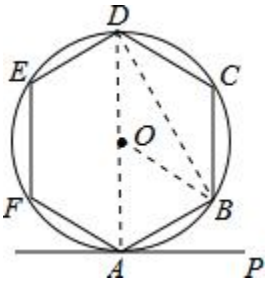
故 $AD=AB\cdot\sin 60°=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}$，

于是阴影部分的面积为$\pi\times 1^2-\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{3}{2}=\pi\times 1^2-\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(\sqrt{3})^2=(\pi-\frac{3\sqrt{3}}{4})\ cm^2$.

故答案为：$\pi-\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

12. 【答案】30°

【解析】如图，连接 OB，AD，BD，



∵多边形 $ABCDEF$ 是正多边形，∴AD 为外接圆的直径，∠$AOB=\frac{360°}{6}=60°$，

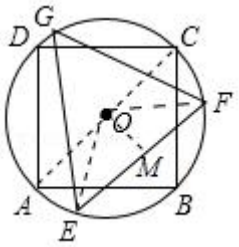
∴∠$ADB=\frac{1}{2}$∠$AOB=\frac{1}{2}\times 60°=30°$.∵直线 PA 与 O 相切于点 A，∴∠PAB=∠ADB=30°.故答案为：30°.

13. 【答案】$2\sqrt{6}$

【解析】连接 AC、OE、OF，作 $OM\perp EF$ 于 M，根据正方形的性质可得 $AB=BC=4$，∠ABC=90°，可得 AC 是直径，$AC=4\sqrt{2}$，即 $OE=OF=2\sqrt{2}$，再由 $OM\perp EF$，可得 $EM=MF$，根据等边三角形的性质可得

∠GEF=60°，在 Rt△OME 中，OE=2$\sqrt{2}$，∠OEM=$\frac{1}{2}$∠GEF=30°，即可求得 OM=$\sqrt{2}$，EM=$\sqrt{3}$ OM=$\sqrt{6}$，

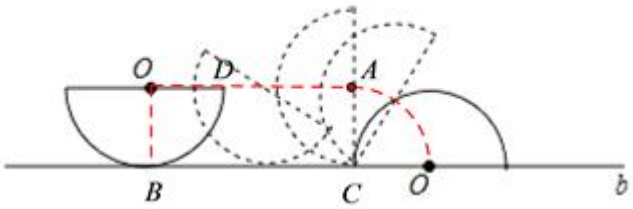
由垂径定理的 EF=$2\sqrt{6}$．



14．【答案】3π

【解析】如图，由题意可知，圆心 O 的运动路线长=OA+$l_{\overset{\frown}{AO}}$，∵OA=BC=$l_{\overset{\frown}{BD}}=\frac{90\pi\times3}{180}=\frac{3\pi}{2}$，

$l_{\overset{\frown}{AO}}=\frac{90\pi\times3}{180}=\frac{3\pi}{2}$，∴圆心 O 运动路线长=$\frac{3\pi}{2}+\frac{3\pi}{2}=3\pi$，故答案为：3π．



15．【解析】（1）∵四边形 $ABCD$ 是正方形，∴AB=CD，∴$\overset{\frown}{AB}$=$\overset{\frown}{CD}$．

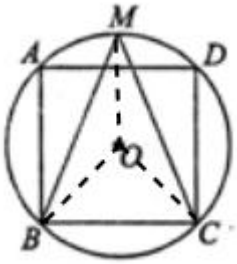
∵M 为 $\overset{\frown}{AD}$ 中点，∴$\overset{\frown}{AM}$=$\overset{\frown}{DM}$，

∴$\overset{\frown}{BM}=\overset{\frown}{CM}$，∴$BM$=$CM$．

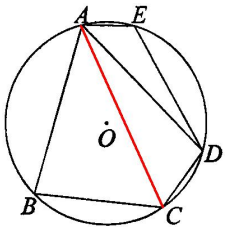
（2）连接 OM，OB，OC．∵$\overset{\frown}{BM}=\overset{\frown}{CM}$，∴∠$BOM$=∠$COM$．

∵正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，∴∠BOC=360°÷4=90°，

∴∠BOM=135°，∴$l_{\overset{\frown}{BM}}=\frac{135\times\pi\times2}{180}=\frac{3}{2}\pi$．



16．【解析】（1）如图，连接 AC，



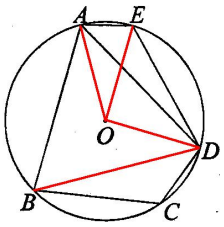
∵$AB=AD$，$\angle BCD=120°$，

∴$\angle ACB=\angle ACD=60°$，

∵$\angle AED+\angle ACD=180°$，

∴$\angle E=180°-60°=120°$.

（2）如图，连接 OA，



∵$\angle ABD=60°$，

∴$\angle AOD=2\angle ABD=120°$.

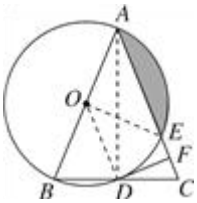
∵$\angle DOE=90°$，

∴$\angle AOE=\angle AOD-\angle DOE=120°-90°=30°$，

∴$n=\dfrac{360°}{30°}=12$.

17. 【解析】（1）相切．证明如下：

如图，连接 OD，AD，



∵AB 是⊙O 的直径，∴$AD\perp BC$.

又∵$AB=AC$，∴D 是 BC 的中点．学科网

∵$OA=OB$，∴OD 是△ABC 的中位线，

∴$OD/\!/AC$.

∵$DF\perp AC$，∴$OD\perp DF$，

∴DF 是⊙O 的切线.

（2）∵∠CDF=22.5°，$DF\perp AC$，∴∠C=67.5°，

∴∠BAC=2∠DAC=45°，

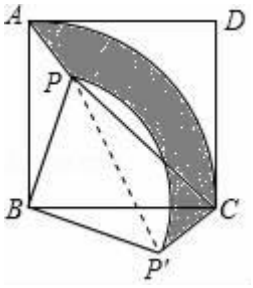
连接 OE，则∠BOE=2∠BAC=90°，∴∠AOE=90°，

∴$S_{阴影}=\dfrac{90\pi\times4^2}{360}-\dfrac{1}{2}\times4\times4=4\pi-8$.

18. 【解析】（1）由旋转的性质可知，$S_{\triangle ABP}=S_{\triangle CBP'}$，

∴△PAB 旋转过程中边 PA 扫过区域面积=$\dfrac{\pi\times m^2}{360}-\dfrac{\pi\times n^2}{360}=\dfrac{\pi}{4}$（$m^2-n^2$）.

（2）连接 PP'，



由旋转的性质可知，∠$BP'C$=∠APB=135°，∠PBP'=90°，$BP'=BP=2\sqrt{2}$，$P'C=PA=\sqrt{2}$，

∴$PP'=\sqrt{8+8}=4$，∠$PP'C$=90°，

∴$PC=\sqrt{4^2+(\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}$.