龙岗区 2020-2021 学年第一学期期末质量监测试题

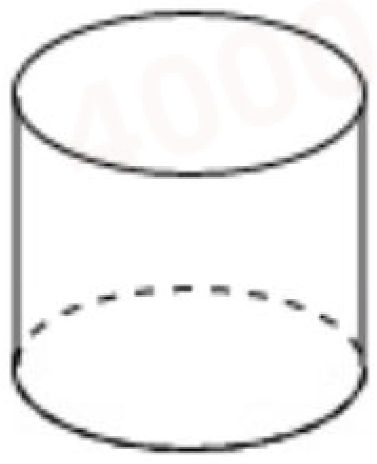
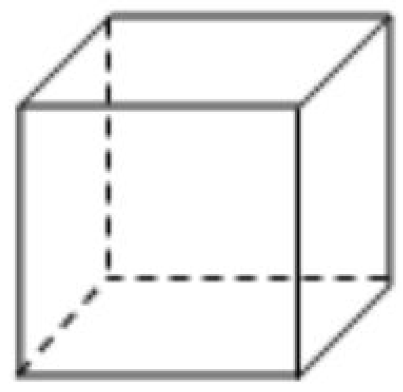
九年级数学

一、选择题（本部分共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

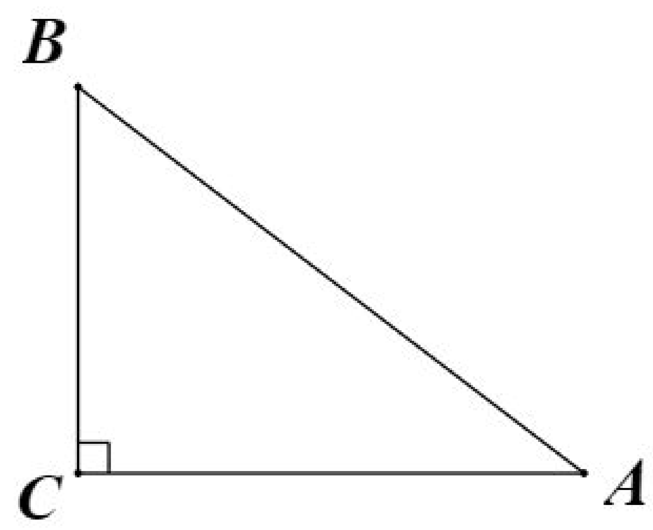
1. 方程 $x^2=2x$ 的解是（　　）

A. $x=2$　　B. $x_1=0$　　C. $x_1=0,x_2=-2$　　D. $x_1=0,x_2=2$

2. 下面四个几何体中，主视图为三角形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

3. 如图，已知 $Rt\triangle ABC$，$\angle C=90°$，$AB=5$，$BC=3$，则下列结论正确的是（　　）



第 3 题图

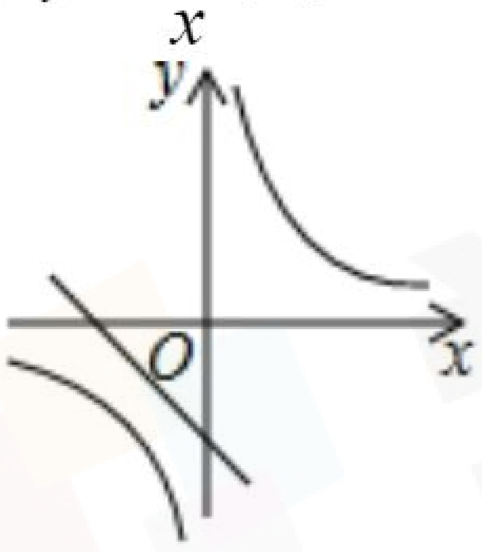
A. $\sin A=\dfrac{3}{4}$　　B. $\cos B=\dfrac{4}{5}$　　C. $\tan A=\dfrac{3}{5}$　　D. $\sin B=\dfrac{4}{5}$

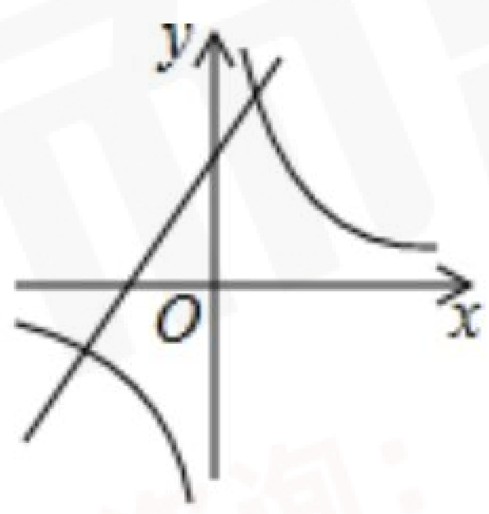
4. 将抛物线 $y=2x^2$ 先向左平移 3 个单位，再向上平移 2 个单位，得到的新抛物线对应的函数表达式是（　　）

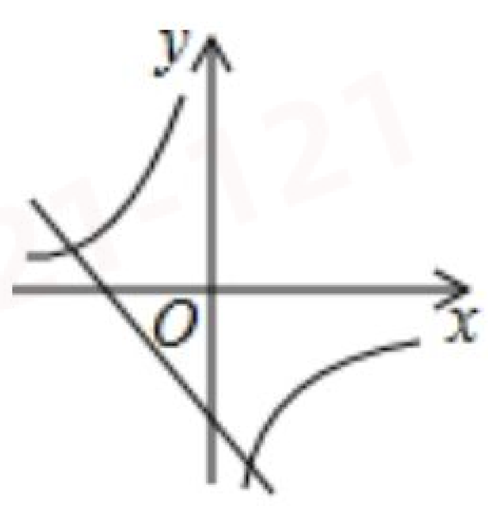
A. $y=2(x+3)^2+2$　　B. $y=2(x-3)^2+2$

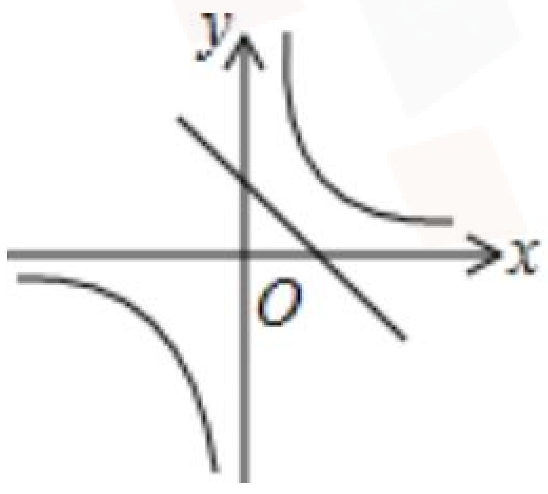
C. $y=2(x+3)^2-2$　　D. $y=2(x-3)^2-2$

5. 函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 和 $y=kx+2(k\neq 0)$ 在同一平面直角坐标系中的大致图象可能是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

6. 在一个不透明的袋子里装有红球、黄球共 20 个，这些球除颜色外都相同. 小明通过多次实验发现，摸出红球的频率稳定在 0.3 左右，则袋子中红球的个数最有可能是（　　）

A. 14　　B. 12　　C. 6　　D. 4

7. 疫情促进了快递行业高速发展，某家快递公司2020年5月份与7月份完成投递的快递总件数分别为100万件和144万件，设该快递公司5月到7月投递总件数的月平均增长率为x，则下列方程正确的是（　　）

A. $100(1+2x)=144$　　*B*. $100(1+x)^2=144$　　*C*. $100(1-2x)=144$　　*D*. $100(1-x)^2=144$

8. 下列命题中，错误的是（　　）

A. 顺次连接矩形四边的中点所得到的四边形是菱形

B. 反比例函数的图象是轴对称图形

C. 线段AB的长度是2，点C是线段AB的黄金分割点且$AC<BC$，则$AC=\sqrt{5}-1$

D. 对于任意的实数b，方程$x^2-bx-3=0$有两个不相等的实数根

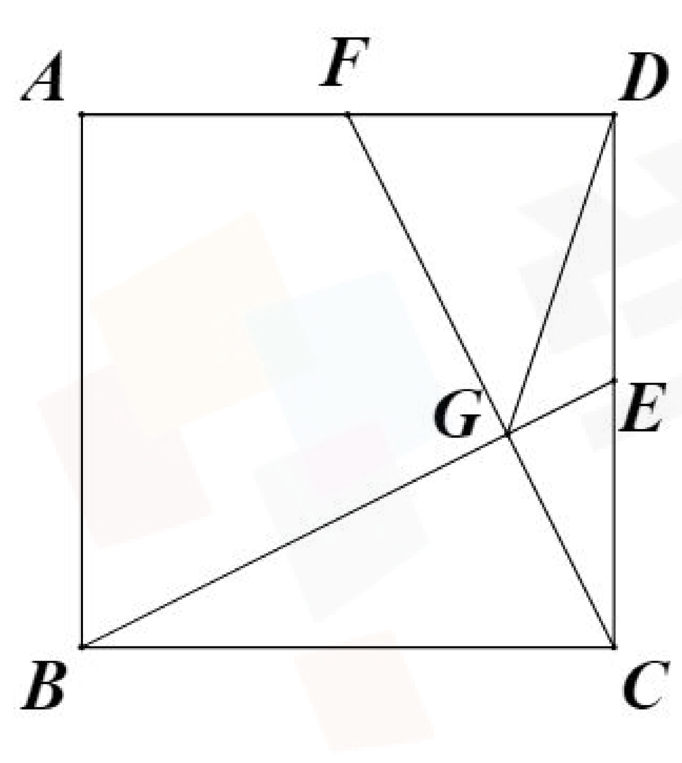
9. 如图，在正方形$ABCD$中，E、F分别在CD、AD边上，且$CE=DF$，连接BE、CF相交于G点．则下列结论：①$BE=CF$；②$S_{\Delta BCG}=S_{\text{四边形}DFGE}$；③$CG^2=BG\cdot GE$；④当$E$为$CD$中点时，连接$DG$，则$\angle FGD=45°$．正确结论的个数是（　　）

A. 1　　*B*. 2　　*C*. 3　　*D*. 4

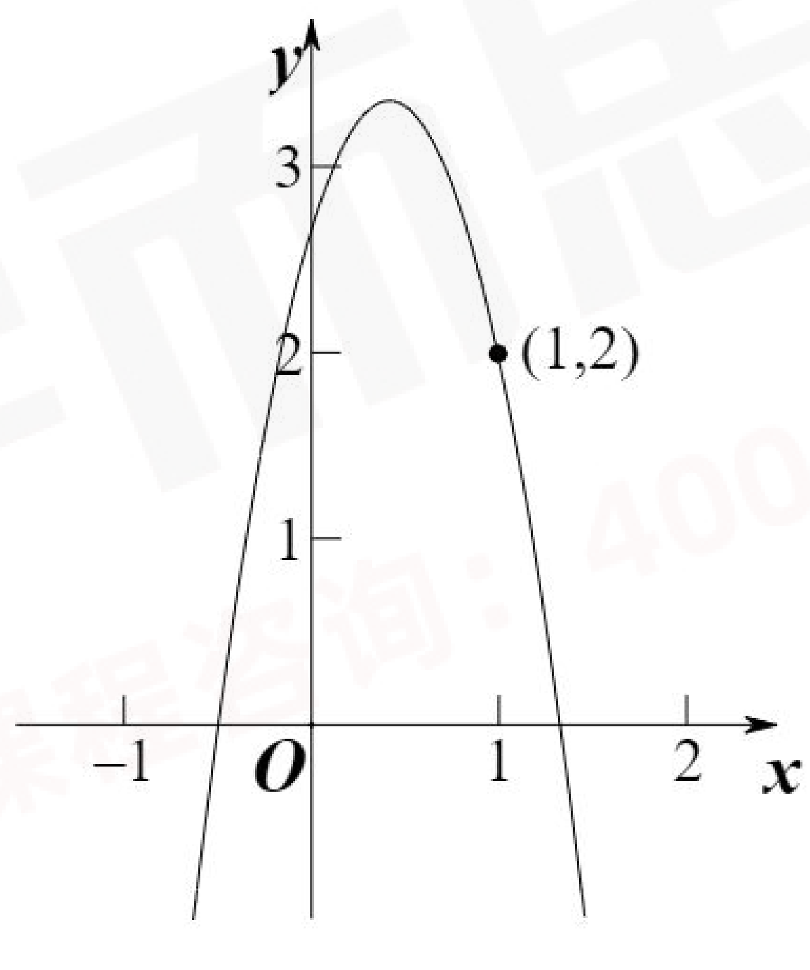
10. 如图，抛物线$y=ax^2+bx+c(a<0)$的图象经过点（1，2），与x轴交点的横坐标分别为x_1，x_2，其中$-1<x_1<0$，$1<x_2<2$，则下列结论中正确的是（　　）

A. $a<-1$　　*B*. $b>2$　　*C*. $2a+b>0$

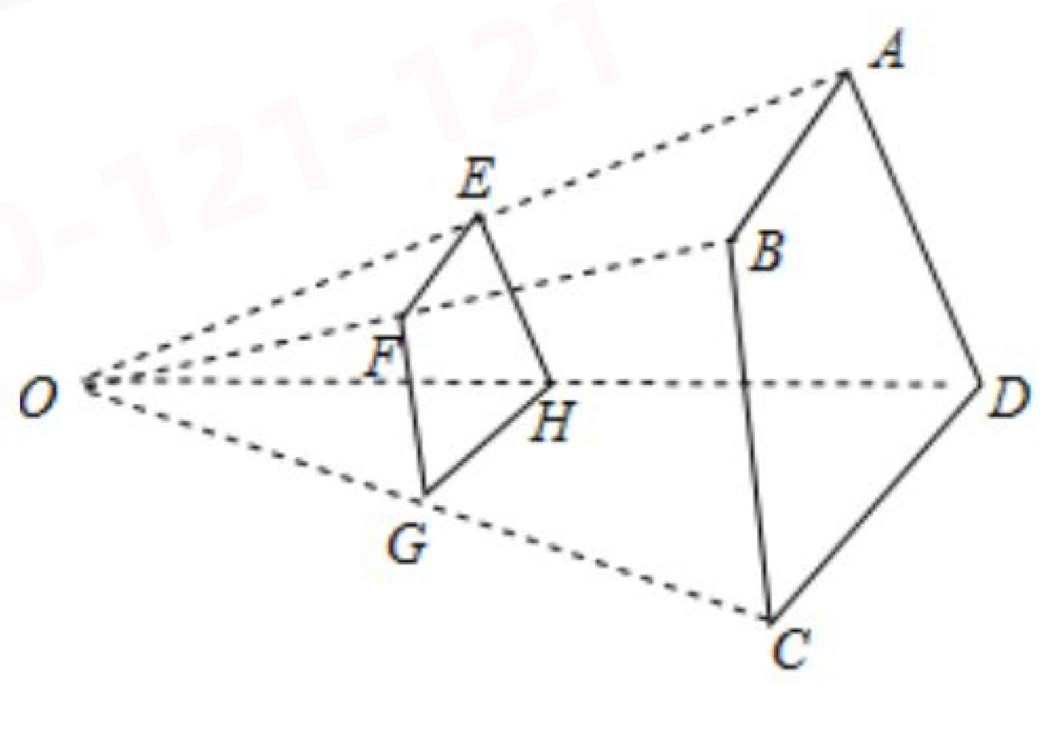
D. k为任意实数，关于x的方程$ax^2+bx+c+k^2=0$没有实数根



第9题图



第10题图



第12题图

二、填空题（本部分共5小题，每小题3分，共15分）

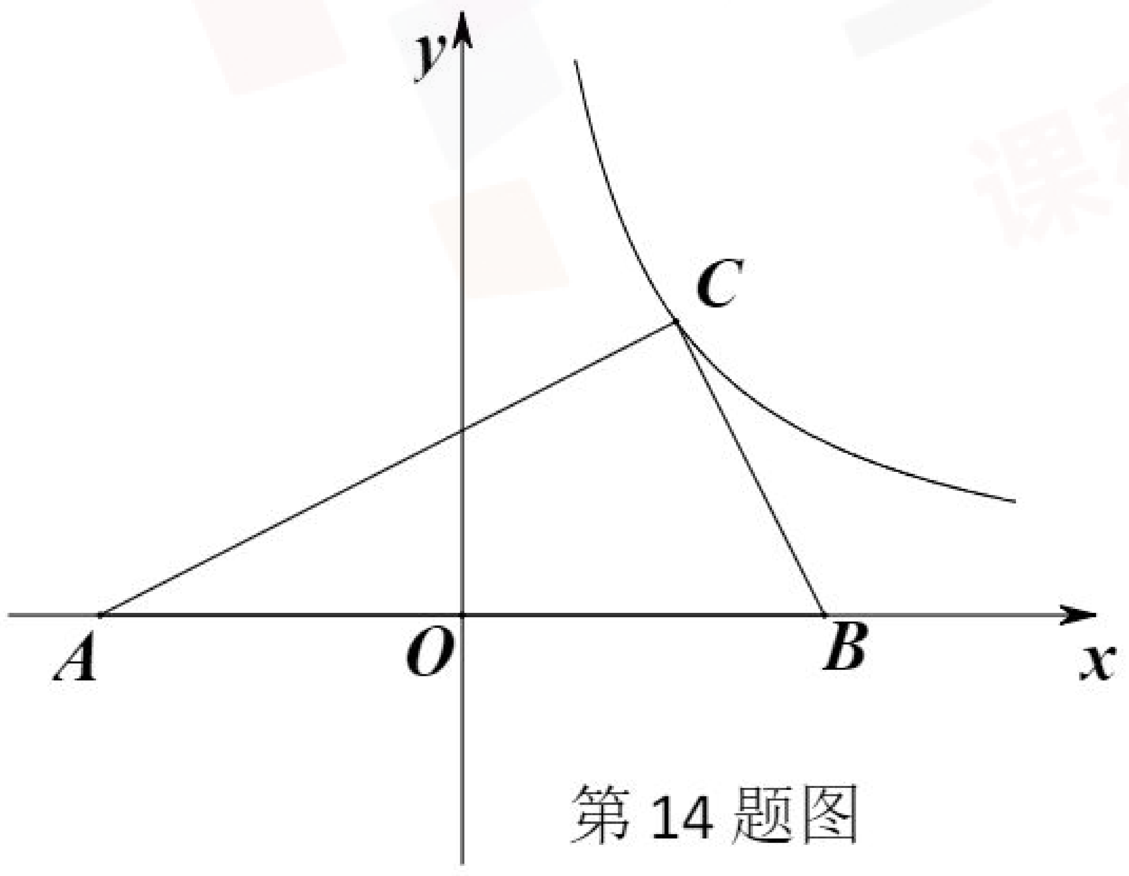
11. 已知$\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$，则$\frac{a+b}{b}$=_________.

12. 如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 位似，其位似中心为点 O，且 $OE=EA$，则 $\frac{GH}{CD}=$__________.

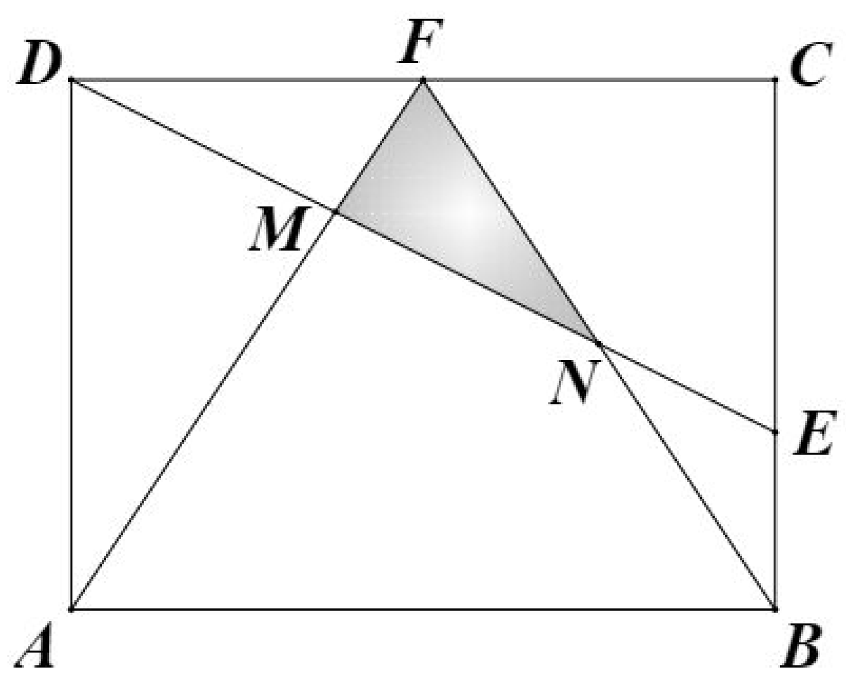
13. 对于实数 a、b，定义新运算“$\otimes$”：$a\otimes b=a^2-ab$，如 $4\otimes 2=4^2-4\times 2=8$．若 $x\otimes 4=-4$，则实数 x 的值是__________.

14. 如图，直角坐标系原点 O 为 $Rt\triangle ABC$ 斜边 AB 的中点，$\angle ACB=90°$，A（-5，0），且 $\tan A=\frac{1}{2}$，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 经过点 C，则 k 的值是______________.

15. 已知矩形 $ABCD$，AB=8，AD=6，E 是 BC 边上一点且 CE=2BE，F 是 CD 边的中点，连接 AF、BF、DE 相交于 M、N 两点，则△FMN 的面积是____________.



第 14 题图



第 15 题图

三、解答题（本大题共 7 题。其中 16 题 5 分，17 题 6 分，18 题 6 分，19 题 9 分，20 题 9 分，21 题 10 分，22 题 10 分，共 55 分）

16. 计算：$(-1)^{2021}+\sqrt{12}\cdot\cos 30°-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

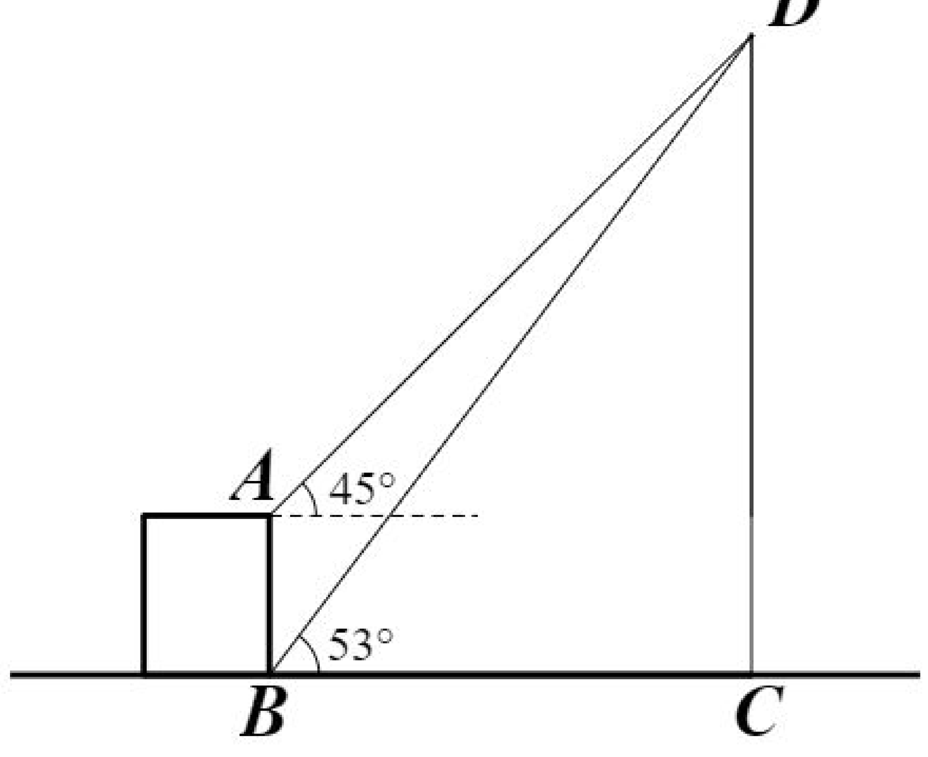
17. 在一个不透明的袋子中，放有四张质地完全相同的卡片，分别标有数字“-3，-2，1，6”.

（1）随机抽出一张卡片是负数的概率是____________；

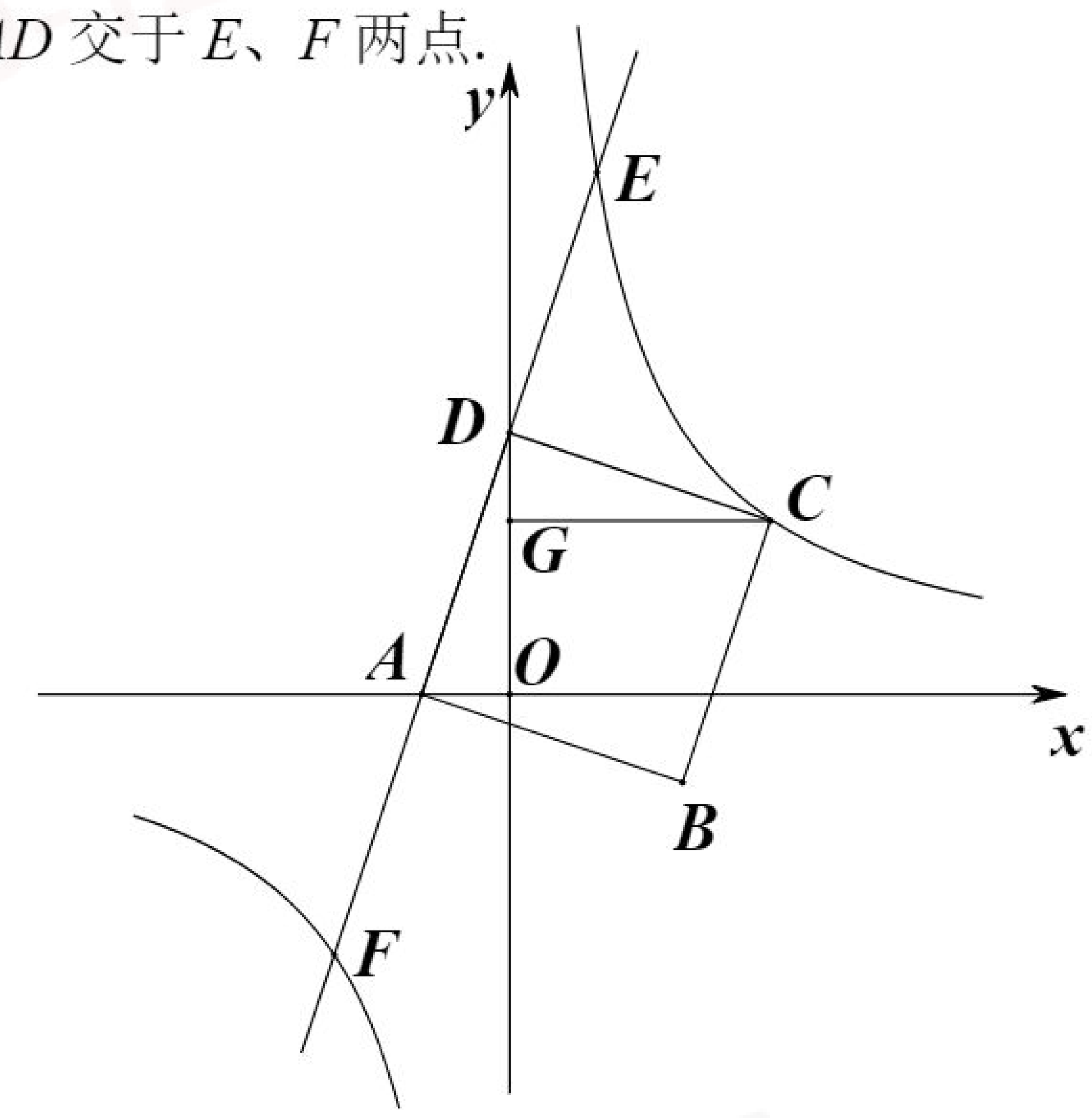
（2）第一次从袋中随机地抽出一张卡片，把所抽到的数字记为横坐标 m，不放回袋中，再随机地从中抽出一张，把所抽到的数字记为纵坐标 n．请用数状图或列表法求所得的点（m，n）在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 上的概率.

18. 如图，从楼层底部 B 处测得旗杆 CD 的顶端 D 处的仰角是 53°，从楼层顶部 A 处测得旗杆 CD 的顶端 D 处的仰角是 45°，已知楼层 AB 的楼高为 3 米．求旗杆 CD 的高度约为多少米?

（参考数据：$\sin 53°\approx\frac{4}{5},\cos 53°\approx\frac{3}{5},\tan 53°\approx\frac{4}{3}$.）



19. 如图，直线 AD：$y=3x+3$ 与坐标轴交于 A、D 两点，以 AD 为边在 AD 右侧作正方形 $ABCD$，过 C 作 $CG\perp y$ 轴于 G 点. 过点 C 的反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 与直线 AD 交于 E、F 两点.



（1）求证：$\triangle AOD\cong\triangle DGC$；

（2）求 E、F 两点坐标；

（3）填空：不等式 $3x+3>\dfrac{k}{x}$ 的取值范围是____________.

20. 在新冠肺炎抗疫期间，某药店决定销售一批口罩，经市场调研：某类型口罩进价每包为 20 元，当售价为每包 24 元时，周销售量为 160 包，若售价每提高 1 元，周销售量就会减少 10 包. 设该类型售价为 x 元（不低于进价），周利润为 y 元. 请解答以下问题：

（1）求 y 与 x 的函数关系式？（要求关系式化为一般式）

（2）该药店为了获得周利润 750 元，且让利给顾客，售价应为多少元？

（3）物价局要求利润不得高于 45%，当售价定为多少时，该药店获得利润最大，最大利润是多少元？

21. 如图 1，▱$ABCD$ 的对角线 AC 平分 $\angle BAD$，$AB=6$. 点 E 从 A 点出发沿 AB 方向以 1 个单位/秒的速度运动，点 F 从 C 点出发沿 CA 方向以 $\sqrt{3}$ 个单位/秒的速度运动，其中一点到达终点时，另一点也随之停止运动，设运动时间为 t 秒.

（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）若 $\angle ABC=120°$，试求 t 的值为多少时，$\triangle AEF$ 为直角三角形；

（3）如图 2，若 $\angle ABC=120°$，点 G 是 DE 是中点，作 $GH\perp DE$ 交 AC 于 H. 当点 E 在 AB 边运动的过程中（不与点 B 重合），则线段 GH 的最大值是__________，GH 的最小值是__________.

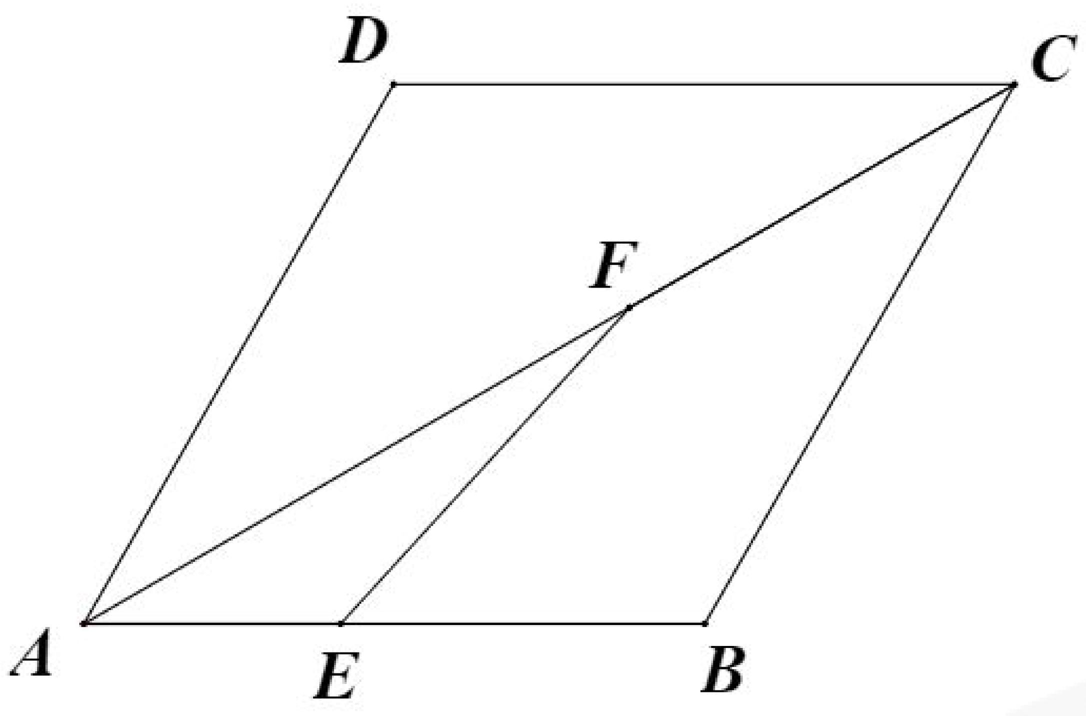


图 1

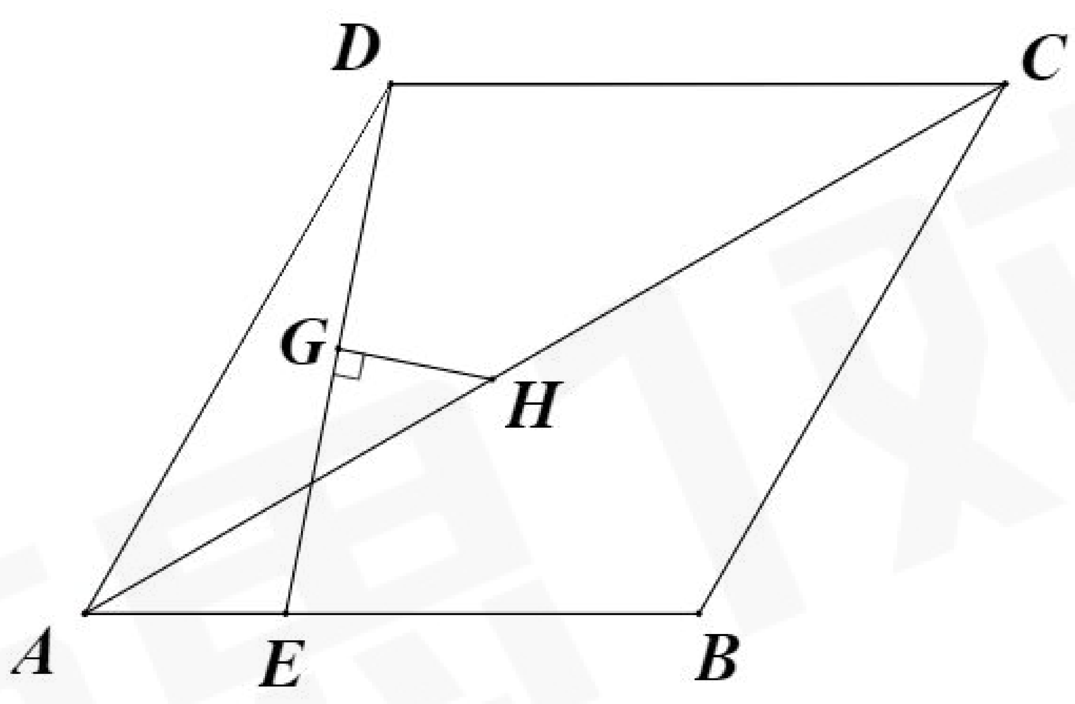


图 2

22. 已知抛物线 $y = ax^2 - 3ax - 4a(a < 0)$ 与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于 C 点.

（1）若 a=-1 时.

①求 A、B、C 三点的坐标；

②如图 1，点 P 是直线 BC 上方抛物线上一点，过 P 点作 $PF//y$ 轴交 BC 于 F 点，若 $\dfrac{S_{\Delta PFC}}{S_{\Delta OFC}} = \dfrac{3}{4}$，请求出 P 点坐标；

（2）如图 2，将△AOC 绕原点 O 顺时针旋转得△DOE，且使得点 D 落在线段 AC 上．当 $OE \perp BC$ 时，请求出 a 的值和 CE 的长.

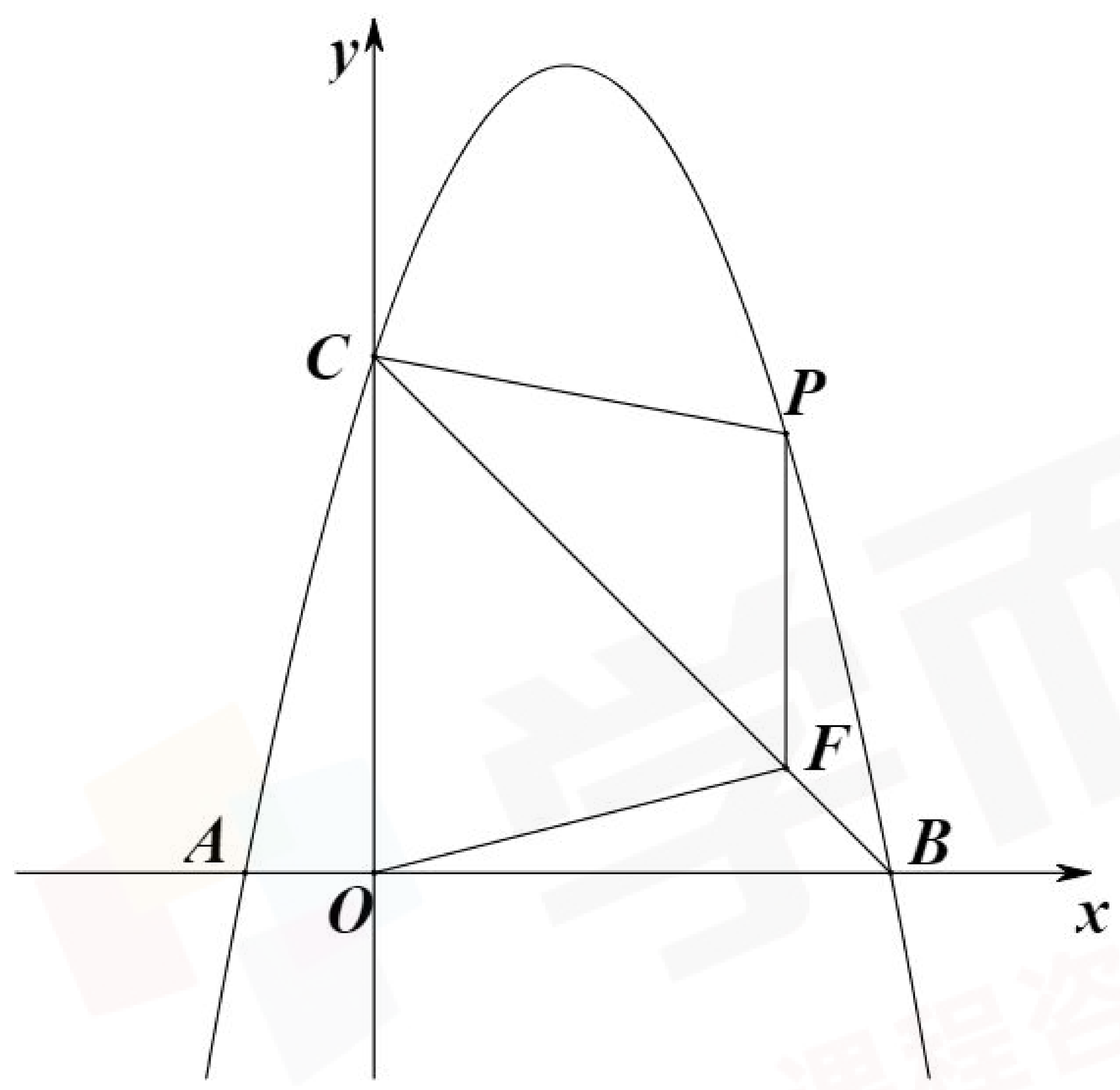


图 1

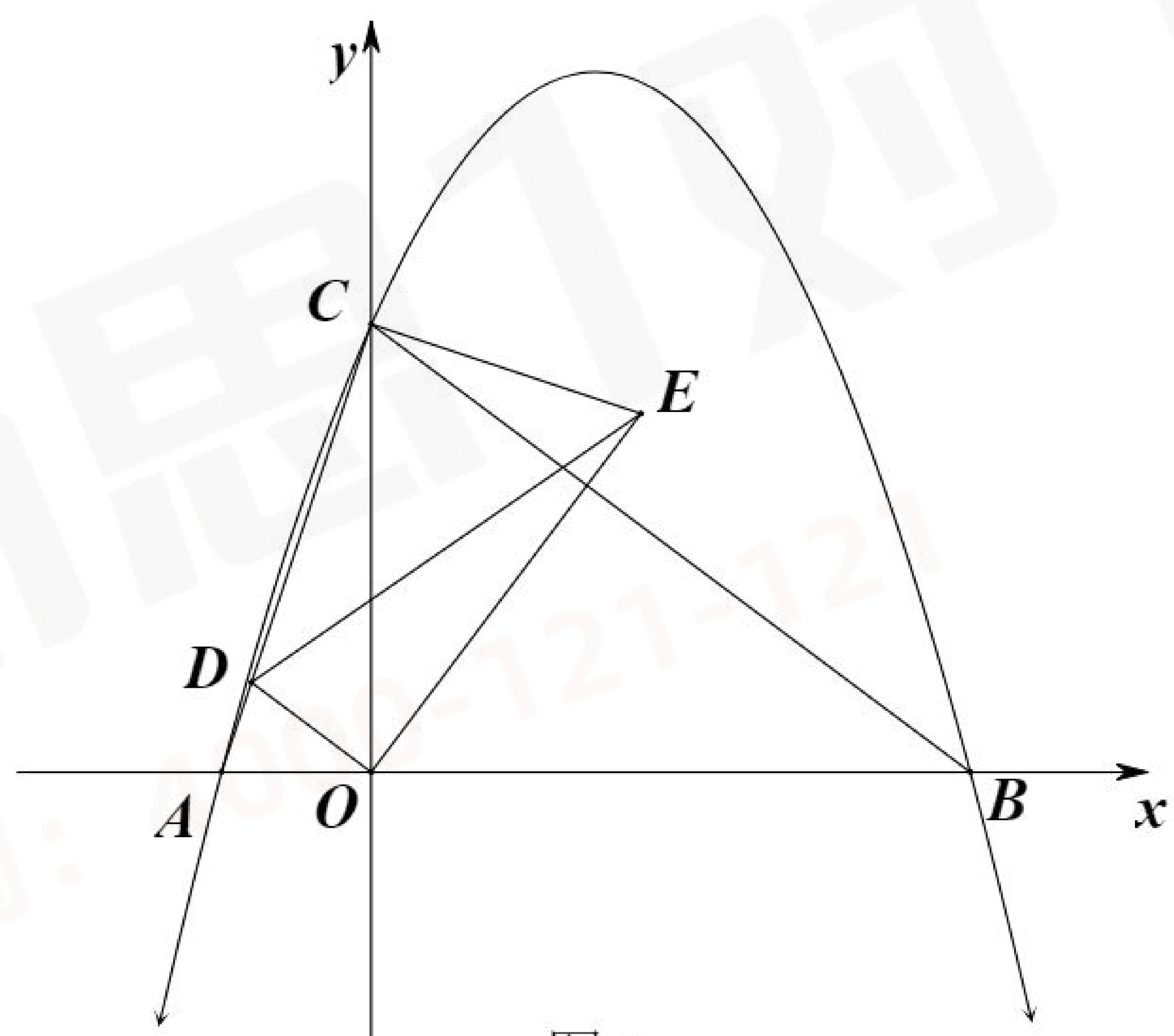


图 2

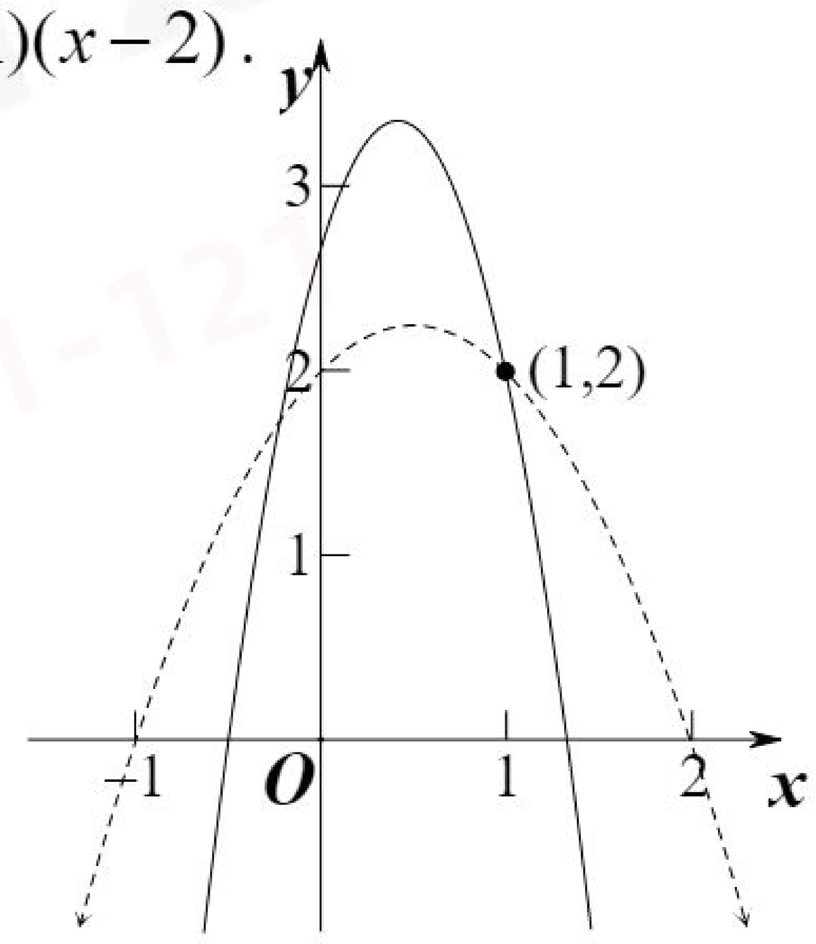
龙岗区 2020-2021 学年第一学期九年级数学期末质量监测试题参考答案

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	*D*	*B*	*D*	*A*	*B*	*C*	*B*	*C*	*D*	*A*

第 10 题解析：

当抛物线 $y=ax^2+bx+c(a<0)$ 经过（-1，0），（2，0）时，可设 $y=a(x+1)(x-2)$.



$\because$ 经过点（1，2），代入求得 $a=-1$，即 $y=-(x+1)(x-2)$.

$\because -1<x_1<0$，$1<x_2<2$

即抛物线 $y=ax^2+bx+c(a<0)$ 的开口一定比 $y=-(x+1)(x-2)$ 的开口小，

$\therefore |a|>|-1|$.

又 $\because a<0$，

$\therefore a<-1$.即 *A* 选项是正确的.

$\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a<0)$ 经过点（1，2），代入则有 $a+b+c=2 \Rightarrow a+c=2-b$.

$\because$ 当 $x=-1$ 时，则 $a-b+c<0 \Rightarrow a+c-b=2-b-b<0$，

解得 $b>1$. 即 *B* 选项错误.

$\because$ 对称轴 $x=-\dfrac{b}{2a}<1$（不管抛物线与 x 轴的交点横坐标处于哪个极端值，对称轴满足 $0<-\dfrac{b}{2a}<1$），

且 $a<0$，

$\therefore -b>2a$，即 $2a+b<0$. 所以 *C* 选择错误.

$\because$ 方程 $ax^2+bx+c+k^2=0 \Rightarrow ax^2+bx+c=-k^2$，令 $y_1=ax^2+bx+c=-k^2=y_2$，

即方程 $ax^2+bx+c+k^2=0$ 根的情况可转化为抛物线 $y_1=ax^2+bx+c$ 与直线 $y_2=-k^2$ 的交点情况.

$\because y_2=-k^2\le 0$，

$\therefore$ 抛物线 $y_1=ax^2+bx+c$ 与直线 $y_2=-k^2$ 一定有两个交点，

即方程 $ax^2+bx+c+k^2=0$ 有两个不相等的实数根.

所以 *D* 选项错误.

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

题号	11	12	13	14	15
答案	$\dfrac{5}{3}$	$\dfrac{1}{2}$	2	12	3

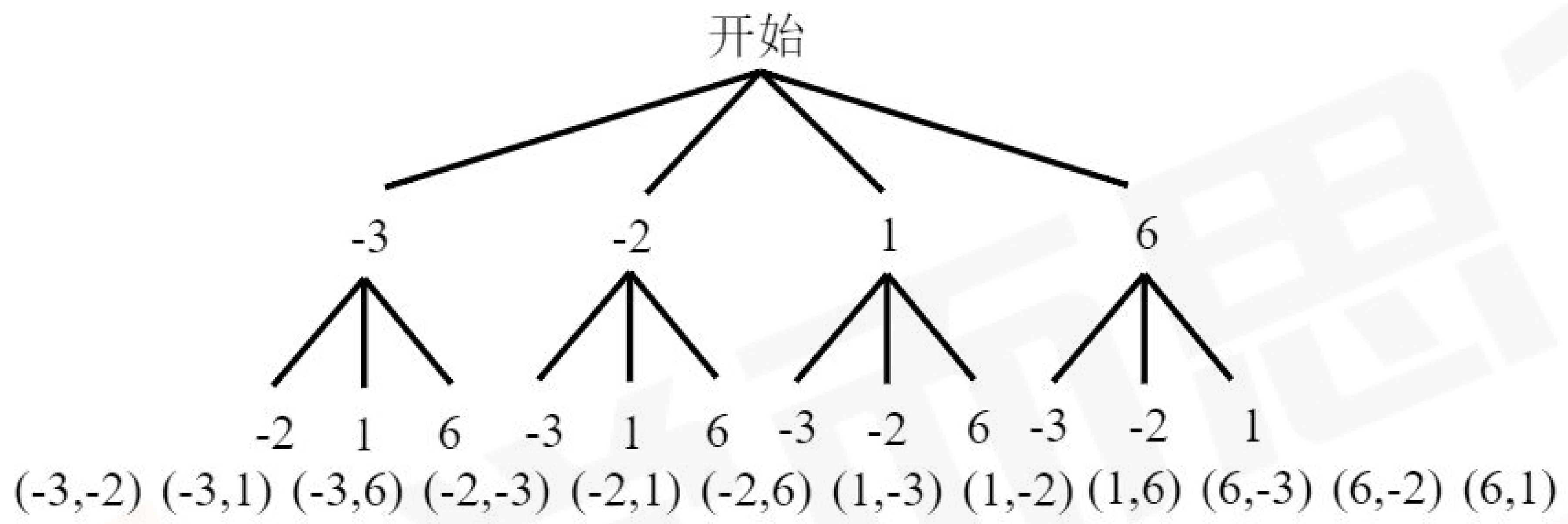
三、解答题

16. 解：原式$=-1+2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-2$ ……………………………4 分（每个知识点各 1 分）

$=-1+3-2=0$ ……………………………5 分

17.解：（1） $\frac{1}{2}$ ；　　　　………………………………2 分

（2）法 1：



………………5 分

$\therefore P_{（在反比例函数y=\frac{6}{x}上）}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.　　　　………………6 分

法 2：

	-3	-2	1	6
-3		（-3，-2）	（-3，1）	（-3，6）
-2	（-2，-3）		（-2，1）	（-2，6）
1	（1，-3）	（1，-2）		（1，6）
6	（6，-3）	（6，-2）	（6，1）	

………………5 分

$\therefore P_{（在反比例函数y=\frac{6}{x}上）}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.　　　　………………6 分

18. 解：作 $AE\perp CD$ 于 E 点.

由题意可知：$\angle DAE$=45°，$\angle DBC$=53°，AB=3 .

$\therefore$ 设 $AE=DE=x$，则 $DC=3+x$.　　　　…………………1 分

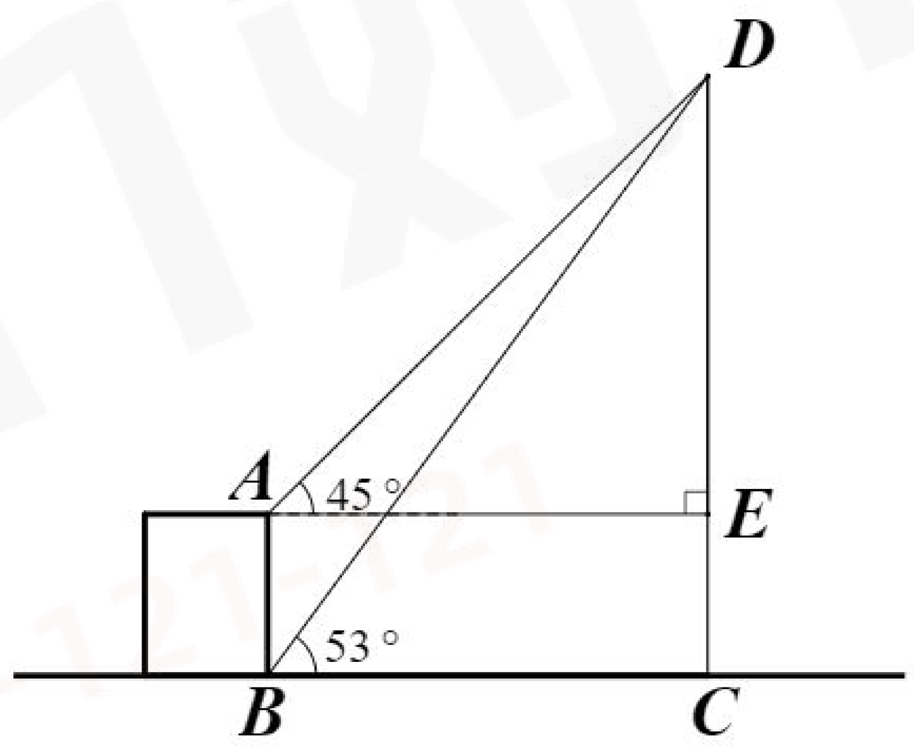
$\because \tan 53°=\frac{DC}{BC}\approx\frac{4}{3}$,

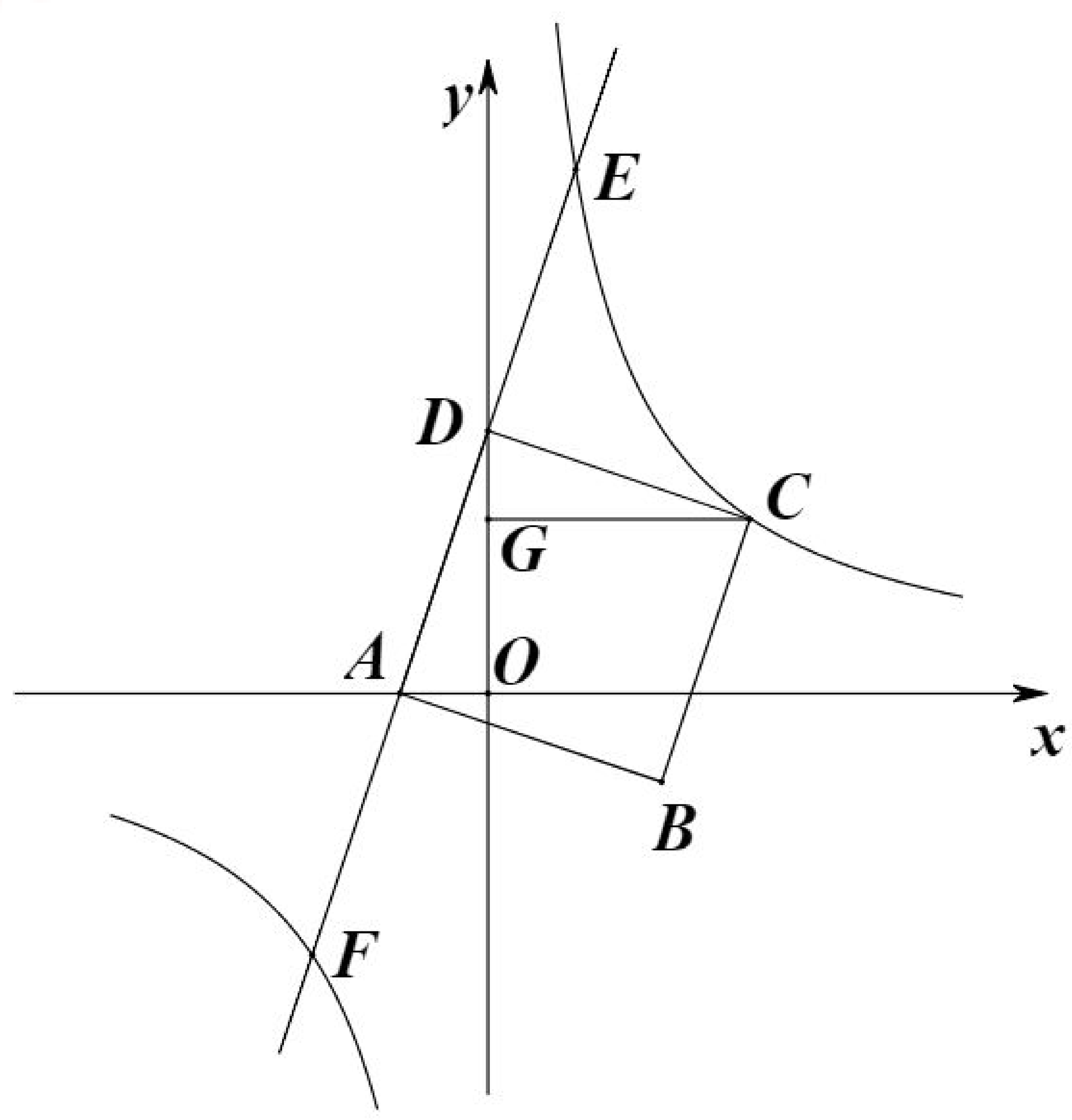
即：$\frac{3+x}{x}\approx\frac{4}{3}$,　　　　…………………3 分

$\therefore x\approx 9$，则 $DC\approx 3+9\approx 12$.　　　　…………………5 分

答：旗杆 CD 的高度约为 12 米.　　　　…………………6 分

（上述式子中，用等号不扣分）





19.（1）$\because$ 正方形 $ABCD$,

$\therefore AD=CD$，$\angle ADC=90°$,　　　　…………………………1 分

$\because \angle AOD=\angle DGC=90°$,　　　　…………………………2 分

$\therefore \angle ADO+\angle GDC=\angle DCG+\angle GDC=90°$,

$\therefore \angle ADO=\angle DCG$,

$\therefore \angle AOD\cong\angle DGC$.　　　　…………………………3 分

（

2）$\because y=3x+3=0$时，$x=-1$.

$\therefore A(-1,0)$，$D(0,3)$. ……………………………4 分

由（1）可知 $DG=OA=1$，$CG=OD=3$,

$\therefore OG=2$.

即 $C(3,2)$. 即 $y=\dfrac{6}{x}$. …………………………5 分

联立 $\begin{cases} y=3x+3 \\ y=\dfrac{6}{x} \end{cases} \Rightarrow 3x+3=\dfrac{6}{x} \Rightarrow x_1=-2$，$x_2=1$.

$\therefore E(1,6)$，$F(-2,-3)$. ……………………………7 分

（3）$\underline{-2<x<0\text{或}x>1}$. ……………………………9 分

20.（1）$y=(x-20)[160-10(x-24)]$ ……………………………2 分

$=(x-20)(400-10x)$

$=-10x^2+600x-8000$ ……………………………3 分

（2）当 $y=-10x^2+600x-8000=750$ 时，则 $x^2-60x+875=0$

解得：$x_1=25$，$x_2=35$. ……………………………5 分

$\because$ 为了让利给顾客，

$\therefore x_1=35$（舍去）

答：售价应为 25 元。 ……………………………6 分

（3）$y=-10x^2+600x-8000$

$=-10(x-30)^2+1000$ ……………………………8 分

$\because x-20\le 20\times 45\%$

$\therefore x\le 29$.

$\therefore$ 当$x=29$时，$y_{\max}=-10(29-30)^2+1000=990$.

答：当售价定为 29 元时，甲获利最大为 990 元. ……………………………9 分

(建议：不管最值是用交点式对称轴法、还是一般式公式法求得最值，对称轴 30 给 1 分，原最值 1000 给 1 分，最终（有范围）的最值 990 给 1 分。)

21. （1）$\because$ 平行四边形$ABCD$

$\therefore AB//CD,$

$\therefore \angle BAC=\angle ACD,$ ……………………………1 分

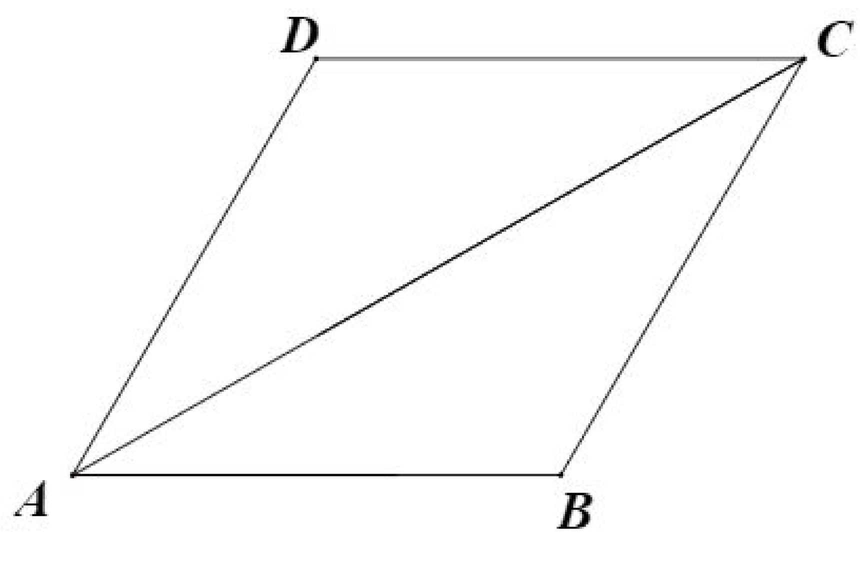
$\because AC$平分$\angle BAD,$

$\therefore \angle BAC=\angle DAC=\angle ACD,$ ……………………………2 分

$\therefore AD=CD,$

$\therefore$ 四边形$ABCD$是菱形. ……………………………3 分

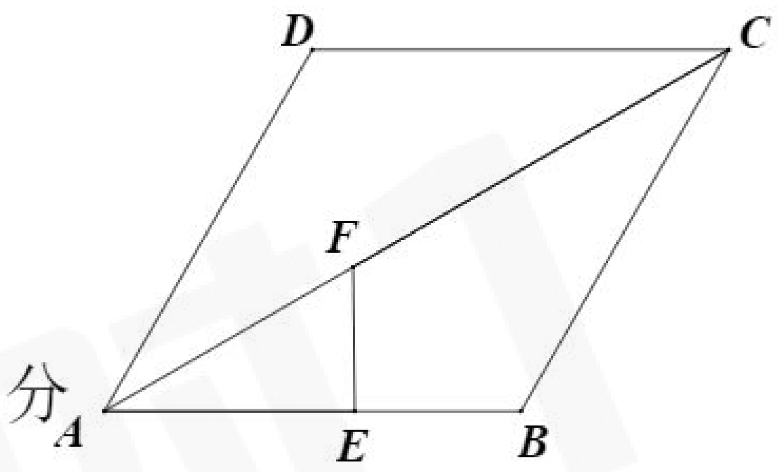
（备注：如果有学生用全等证明，一定要看清对应边是否正确。）



（2）$\because$ 菱形$ABCD$，$AB=6$，$\angle B=120°$，

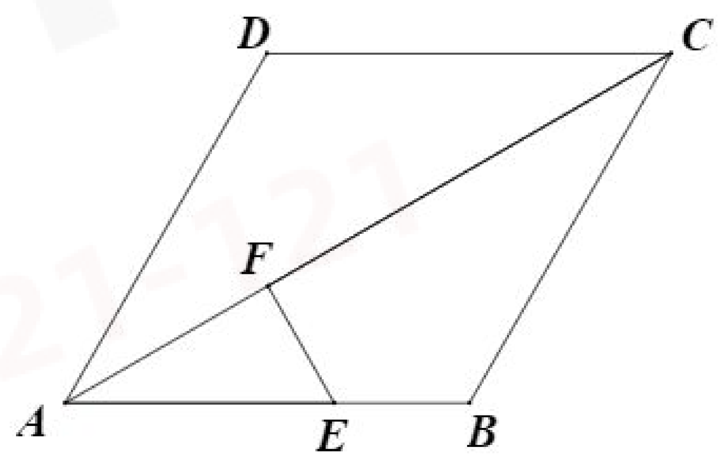
$\therefore \angle BAC=30°, AC=6\sqrt{3}.$

$\because AE=t$，$CF=\sqrt{3}t$，则$AF=6\sqrt{3}-\sqrt{3}t$.　　……………………………4 分



①当$\angle AEF=90°$时，

则$\cos 30°=\dfrac{AE}{AF}\Rightarrow\dfrac{t}{6\sqrt{3}-\sqrt{3}t}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore t=\dfrac{18}{5}$.…………6 分



②当$\angle AFE=90°$时，

则$\cos 30°=\dfrac{AF}{AE}\Rightarrow\dfrac{6\sqrt{3}-\sqrt{3}t}{t}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore t=4$.

综上所述，t的值为$\dfrac{18}{5}$或4.　　……………………………7 分

（3）GH的最大值是__$\sqrt{3}$__，　　……………………………8 分

GH的最小值是____$\dfrac{3}{2}$___.　　……………………………10 分

解析：作$HM\perp AB$于M点，$HN\perp AD$于N点，

∵菱形$ABCD$，

∴$BH=DH$.

∵GH是线段DE的中垂线，

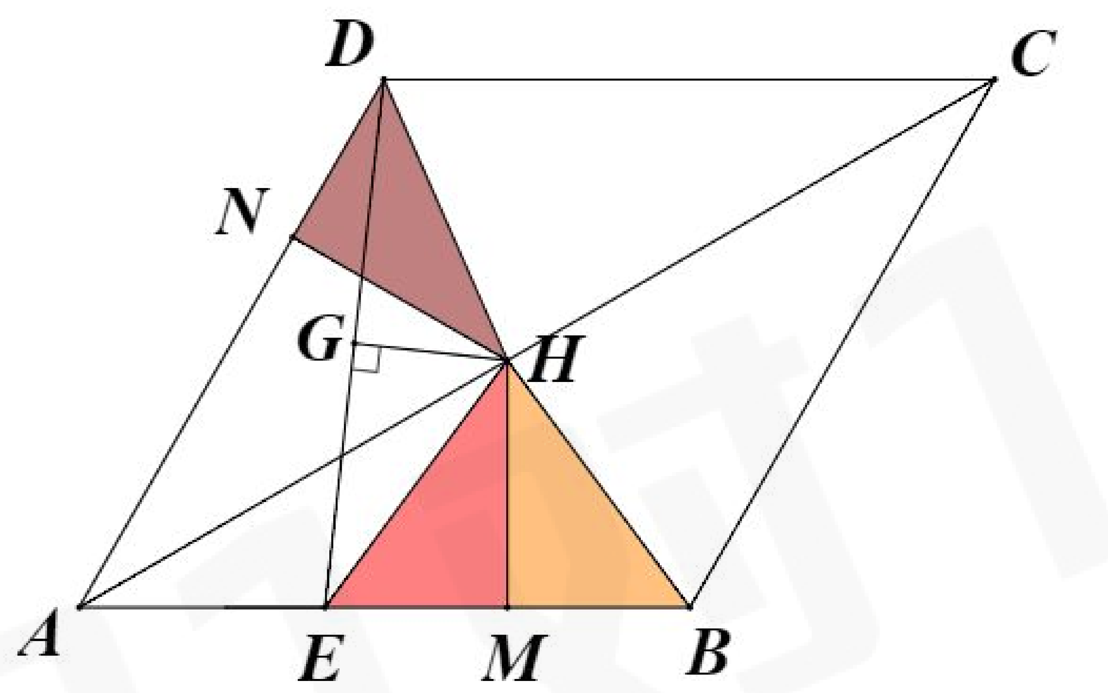
∴$BH=DH=EH$.

∵$\triangle HND\cong\triangle HMB\cong\triangle HME$（自行证明）.

∴$\angle DHN=\angle EHM$，

∴$\angle DHE=\angle DHN+\angle NHE=\angle NHE+\angle EHM=180°-60°=120°$，

∴$\angle DEH=30°$.



$\therefore GH=\dfrac{\sqrt{3}}{3}GE=\dfrac{\sqrt{3}}{6}DE$.

当$DE=AD=6$时，$GH_{max}=\sqrt{3}$；当$DE\perp AB$时，此时$DE_{min}=3\sqrt{3}$，即$GH_{min}=\dfrac{3}{2}$.

22.（1）若 a=−1 时

①原抛物线为 $y=-x^2+3x+4$.　　　　………………………………1 分

当 $x=0$时，$y=4$，即 C（0，4）；　　………………………………2 分

当 $y=-x^2+3x+4=0$ 时，解得 $x_1=-1$，$x_2=4$，即 A（-1，0），B（4,0）.　　………………………………3 分

②$\because \dfrac{S_{\Delta PFC}}{S_{\Delta OFC}}=\dfrac{PF}{OC}=\dfrac{3}{4}$, 且 OC=4，

$\therefore PF=3$.　　………………………………4 分

由 B（4，0），C（0，4）得 BC：$y=-x+4$，

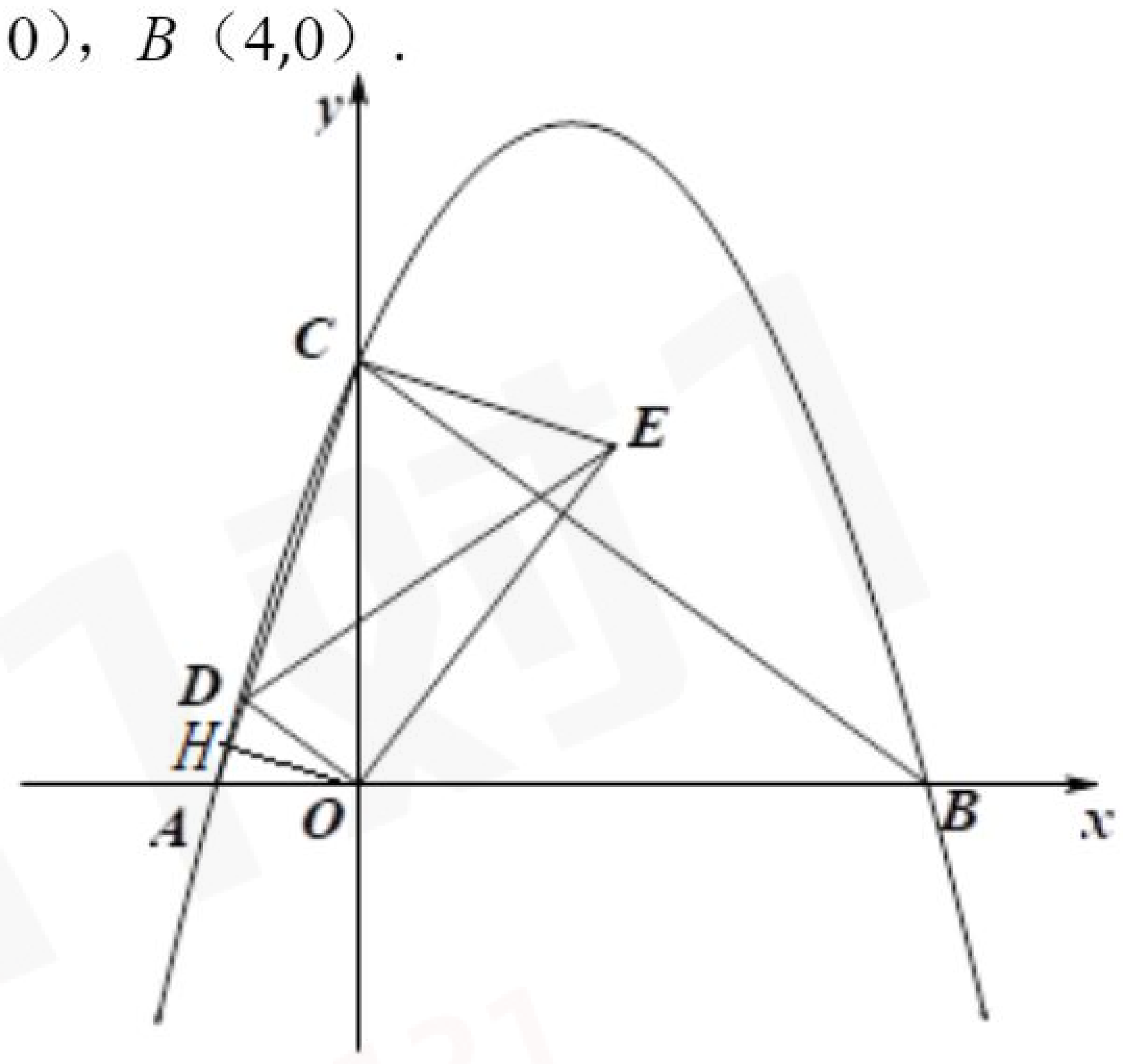
设 $P(m,-m^2+3m+4)$，则 $F(m,-m+4)$，

$\therefore PF=-m^2+3m+4-(-m+4)=-m^2+4m=3$　………………………………5 分

解得：$m_1=1$，$m_2=3$

$\therefore P_1(1,6)$，$P_2(3,4)$.　　………………………………7 分

（2）当 $y=ax^2-3ax-4a=0$ 时，解得 $x_1=-1$，$x_2=4$，即 A（−1，0），B（4,0）.



$\because$ 旋转

$\therefore OA=OD$，$\angle DOE=\angle AOC=90°$.

$\because OE\perp BC$，

$\therefore OD//BC$，

$\therefore \angle DAO=\angle ADO=\angle ACB$.

$\therefore BA=BC=5$，

$\therefore OC=\sqrt{5^2-4^2}=3$，$AC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

即 $OC=-4a=3\Rightarrow a=-\dfrac{3}{4}$.　………………………8 分

过 O 作 $OH\perp AD$，则 $\cos\angle OAC=\dfrac{AH}{AO}=\dfrac{OA}{AC}\Rightarrow\dfrac{AH}{1}=\dfrac{1}{\sqrt{10}}\Rightarrow AH=DH=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，

$\therefore AD=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.　　………………………………9 分

$\because \dfrac{OA}{OD}=\dfrac{OC}{OE}$，$\angle AOD=\angle COE$

$\therefore \Delta AOD\sim\Delta COE$

$\therefore \dfrac{AD}{CE}=\dfrac{OA}{OC}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow CE=\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$.　………………………10 分