2019~2020学年2月广东深圳宝安区深圳市宝安中学高中部高三下学期月考理科数学试卷

一、选择题

（本大题共12题，每小题5分，共计60分。）

1 已知复数$z=\left(a^2-1\right)+(a-2)\,\mathrm{i}\,(a\in\mathbf{R})$,则“$a=1$”是“$z$为纯虚数”的（ ）.

A. 充分非必要条件　B. 必要非充分条件　C. 充要条件　D. 非充分非必要条件

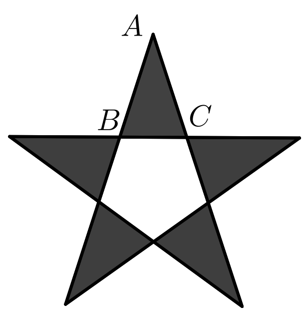
2 设$z=\dfrac{3-4\mathrm{i}}{4+3\mathrm{i}}$，$f(x)=x^2-x+1$，则$f(z)=$（ ）.

A. i　B. $-\mathrm{i}$　C. $-1+\mathrm{i}$　D. $1+\mathrm{i}$

3 设向量$\vec{a}=(\cos\alpha,-1)$，$\vec{b}=(2,\sin\alpha)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=$（ ）.

A. $-\dfrac{1}{3}$　B. $\dfrac{1}{3}$　C. -1　D. -3

4 黄金三角形有两种，其中底和腰之比为黄金分割比的黄金三角形被认为是最美的三角形，它是顶角为36°的等腰三角形(另一种是顶角为108°的等腰三角形)例如，正五角星由五个黄金三角形和一个正五边形组成，如图所示，在一个黄金三角形ABC中，$\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$，根据这些信息，可得$\sin 234^\circ=$（ ）.



A. $\dfrac{1-2\sqrt{5}}{4}$

B. $-\dfrac{3+\sqrt{5}}{8}$

C. $-\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$

D. $-\dfrac{4+\sqrt{5}}{8}$

5 设函数$f\left(x\right)=x^{2}-1$，对任意$x\in\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right)$，

$f\left(\dfrac{x}{m}\right)-4m^{2}f\left(x\right)\leqslant f\left(x-1\right)+4f\left(m\right)$恒成立，则实数$m$的取值范围是（ ）．

A. $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]\cup\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

B. $\left(-\infty,-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]\cup\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$

C. $\left(-\infty,-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right]\cup\left[\dfrac{\sqrt{3}}{2},+\infty\right)$

D. $\left(-\infty,-1\right]\cup\left[1,+\infty\right)$

6 已知实数x、y满足$\begin{cases}4^{x}+2^{y}\geqslant 4^{1-x}+2^{2-y}\\ x-2y+4\geqslant 0\\ 3x-y-3\leqslant 0\end{cases}$，若$y\geqslant k\left(x+1\right)-1$恒成立，那么$k$的取值范围是（ ）．

A. $\left[\dfrac{1}{2},3\right]$

B. $\left(-\infty,\dfrac{4}{3}\right]$

C. $\left[3,+\infty\right)$

D. $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$

7 已知$0<x<2\sqrt{2}$，$0<y<2\sqrt{2}$，且

$M=\sqrt{\left(\sqrt{2}-x\right)^{2}+y^{2}}+\sqrt{x^{2}+\left(\sqrt{2}-y\right)^{2}}+\sqrt{\left(\sqrt{2}-x\right)^{2}+\left(2\sqrt{2}-y\right)^{2}}$
$+\sqrt{\left(2\sqrt{2}-x\right)^{2}+\left(\sqrt{2}-y\right)^{2}}$

，则M的最小值为（ ）．

A. $2\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{3}$

C. 2

D. $4\sqrt{2}$

8 已知双曲线C：$\dfrac{x^{2}}{3}-y^{2}=1$，O为坐标原点，F为C的右焦点，过点F的直线与C的两条渐近线的交点分别为M，N，若$\triangle OMN$为直角三角形，则$\left|MN\right|=$（ ）．

A. $\dfrac{3}{2}$

B. 3

C. $2\sqrt{3}$

D. 4

9 已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\,(\omega>0)$在区间$\left(\frac{7\pi}{12},\frac{2\pi}{3}\right)$上单调，且$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$，$f\left(\frac{3\pi}{4}\right)=0$，则$\omega$的最大值为（ ）．

A. 7　　B. 9　　C. 11　　D. 13

10 已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+2}(n\in\mathbf{N}^*)$．若$b_{n+1}=(n-2\lambda)\cdot\left(\frac{1}{a_n}+1\right)(n\in\mathbf{N}^*)$，$b_1=-\lambda$，且数列$\{b_n\}$是单调递增数列，则实数$\lambda$的取值范围是（ ）．

A. $\lambda>\frac{2}{3}$　　B. $\lambda>\frac{3}{2}$

C. $\lambda<\frac{3}{2}$　　D. $\lambda<\frac{2}{3}$

11 已知偶函数$f(x)$的定义域为$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，其导函数为$f'(x)$，当$0<x<\frac{\pi}{2}$时，有$f'(x)\cos x+f(x)\sin x<0$成立，则关于$x$的不等式$f(x)<\sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{4}\right)\cdot\cos x$的解集为（ ）．

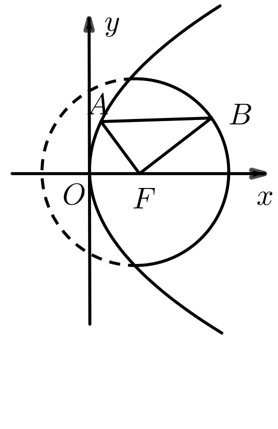
A. $\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$

B. $\left(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{4}\right)\cup\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{\pi}{4},0\right)\cup\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$

D. $\left(-\frac{\pi}{4},0\right)\cup\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$

12 如图所示，点F是抛物线$y^2=8x$的焦点，点A，B分别在抛物线$y^2=8x$及圆$(x-2)^2+y^2=16$的实线部分上运动，且AB总是平行于x轴，则$\triangle FAB$的周长的取值范围是（ ）．



A. $(2,6)$　　B. $(6,8)$

C. $(8,12)$　　D. $(10,14)$

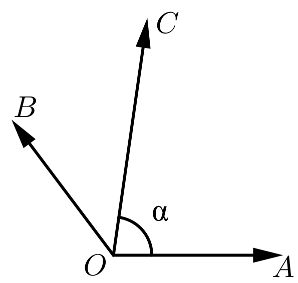
二、填空题

（本大题共4题，每小题5分，共计20分。）

13 在$(x^2+2x+y)^5$的展开式中，x^5y^2的系数为 ______ .

14 若数列$\{a_n\}$是正项数列，且$\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}+\cdots+\sqrt{a_n}=n^2+3n$，则$\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{3}+\cdots+\frac{a_n}{n+1}=$______ .

15 如图，在同一个平面内，向量$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$的模分别为1，1，$\sqrt{2}$，$\overrightarrow{OA}$与$\overrightarrow{OC}$的夹角为α，且$\tan\alpha=7$，$\overrightarrow{OB}$与$\overrightarrow{OC}$的夹角为45°．若$\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}(m,n\in\mathbf{R})$，则$m+n=$ ______ .



16 在内切圆圆心为M的$\triangle ABC$中，$AB=3$，$BC=4$，$AC=5$，在平面ABC内，过点M作动直线l，现将$\triangle ABC$沿动直线l翻折，使翻折后的点C在平面ABM上的射影E落在直线AB上，点C在直线l上的射影为F，则$\left|\frac{EF}{CF}\right|$的最小值为 ______ .

三、解答题

（本大题共5题，每小题12分，共计60分。）

17

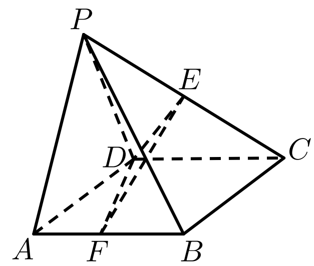
在$\triangle ABC$中，角A、B、C的对边分别为a、b、c，且

$(2a-c)\left(a^2-b^2+c^2\right)=2abc\cos C$.

（1） 求角B的大小.

（2） 若$\sin A+1-\sqrt{3}\left(\cos C+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=0$，求$\frac{b}{a}$的值.

18 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是正方形，且$AD=PD=1$，平面$PCD\perp$平面$ABCD$，$\angle PDC=120^{\circ}$，点E为线段PC的中点，点F是线段AB上的一个动点.



（1） 求证：平面$DEF\perp$平面PBC.

（2） 设二面角$C-DE-F$的平面角为θ，试判断在线段AB上是否存在这样的点F，使$\tan\theta=2\sqrt{3}$，若存在，求出$\frac{|AF|}{|FB|}$的值；若不存在，说明理由.

19 已知两动圆F_1：$\left(x+\sqrt{3}\right)^2+y^2=r^2$和$F_2$：$\left(x-\sqrt{3}\right)^2+y^2=(4-r)^2$（$0<r<4$），把它们的公共点的轨迹记为曲线$C$，若曲线$C$与$y$轴的正半轴的交点为$M$，且曲线$C$上的相异两点$A$、$B$满足：$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$.

（1） 求曲线C的方程.

（2） 证明直线AB恒经过一定点，并求此定点的坐标.

（3） 求$\triangle ABM$面积S的最大值.

20 近年来，国资委党委高度重视扶贫开发工作，坚决贯彻落实中央扶贫工作重大决策部署，在各个贫困县全力推进定点扶贫各项工作，取得了积极成效，某贫困县为了响应国家精准扶贫的号召，特地承包了一块土地，已知土地的使用面积以及相应的管理时间的关系如下表所示：

土地使用面积x（单位：亩）	1	2	3	4	5
管理时间y（单位：月）	8	10	13	25	24

并调查了某村300名村民参与管理的意愿，得到的部分数据如下表所示：

	愿意参与管理	不愿意参与管理
男性村民	150	50
女性村民	50	

（1）求出相关系数r的大小，并判断管理时间y与土地使用面积x是否线性相关？

（2）是否有99.9%的把握认为村民的性别与参与管理的意愿具有相关性？

（3）若以该村的村民的性别与参与管理意愿的情况估计贫困县的情况，则从该贫困县中任取3人，记取到不愿意参与管理的男性村民的人数为x，求x的分布列及数学期望.

参考公式：$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_1-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_1-\bar{x}\right)^2\sum\limits_{i-1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2}}$，

$k^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

其中$n=a+b+c+d$，临界值表：

$P\left(K^2\geqslant k_0\right)$	0.100	0.050	0.025	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

参考数据：$\sqrt{635}\approx 25.2$

21 已知函数$f(x)=x^2+ax+b$，$g(x)=\mathrm{e}^x(cx+d)$，若曲线$y=f(x)$和曲线$y=g(x)$都过点$P(0,\ 2)$，且在点P处有相同的切线$y=4x+2$.

（1）求a，b，c，d的值

（2）若$x\geqslant -2$时，$f(x)\leqslant kg(x)$，求k的取值范围.

四、选做题

（本大题共2题，每小题10分，选做1题。）

选修4-4：坐标系与参数方程

22

已知直线l经过点$P\left(\frac{1}{2},1\right)$，倾斜角$\alpha=\frac{\pi}{6}$，圆$C$的极坐标方程为$\rho=\sqrt{2}\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$.

（1） 写出直线l的参数方程，并把圆C的方程化为直角坐标方程；

（2） 设l与圆C相交于两点A、B，求点P到A、B两点的距离之积.

选修4-5：不等式选讲

23 已知$f(x)=|x+1|-|ax-1|$.

（1） 当$a=1$时，求不等式$f(x)>1$的解集.

（2） 若$x\in(0,1)$时，不等式$f(x)>x$成立，求a的取值范围.