2019~2020学年4月广东深圳龙华区深圳市第二外国语学校高三下学期月考A卷文科数学试卷

一、单选题

1 已知集合$P=\{x\in\mathbf{N}\,|-2<x<4\}$，$Q=\left\{x\left|\dfrac{x+1}{3-x}\geqslant 0\right.\right\}$，则集合$P\cap Q$子集的个数是（ ）.

A. 4　　B. 8　　C. 16　　D. 32

2 已知i为虚数单位，且复数z满足$z(1+\mathrm{i})=2+\mathrm{i}^{2019}$，则$\left|z+\dfrac{1}{2}+\mathrm{i}\right|$的值为（ ）.

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 2

3 已知数列$\{a_n\}$是公比为2的等比数列，且满足$\dfrac{a_4}{a_2}-a_3=0$，则a_4的值为（ ）.

A. 2　　B. 4　　C. 8　　D. 16

4 已知p：$\cos x=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+y\right)$，$q$：$x=y$则$p$是$q$的（ ）.

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

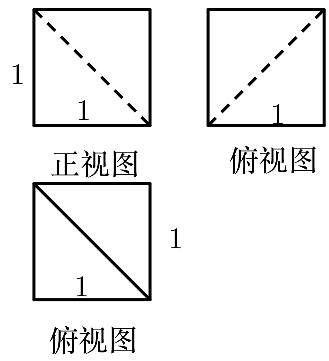
5 已知$\sin\left(\dfrac{\pi}{6}+\alpha\right)=\dfrac{1}{3}$，则$\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}-2\alpha\right)=$（ ）.

A. $\dfrac{1}{5}$　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. $-\dfrac{7}{9}$　　D. $\dfrac{5}{9}$

函数$f(x)$的图象可看作是将函数$y=2\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$图象上所有点的横坐标变为原来的$\dfrac{1}{2}$倍而得到的，若$\forall x\in\mathbf{R}$，$f(x)\leqslant f(t)$，则$t$的值可能是（ ）.

A. $-\dfrac{\pi}{12}$　　B. $-\dfrac{25\pi}{12}$　　C. $\dfrac{17\pi}{12}$　　D. $-\dfrac{23\pi}{12}$

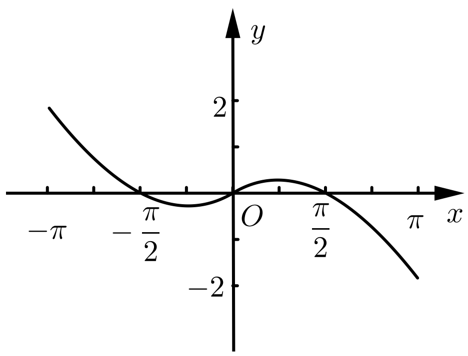
7 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的外接球的表面积为（ ）.



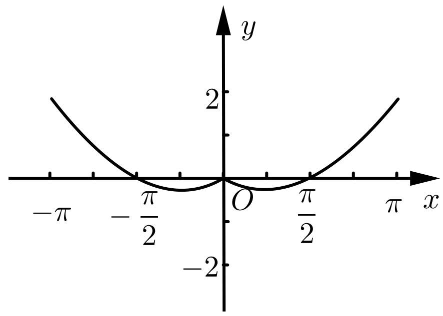
A. 3π　　B. $\dfrac{\sqrt{3}\pi}{2}$　　C. 6π　　D. 12π

8 函数$f(x)=\dfrac{x^3\cos x}{2^{|x|}+x^2}$在$[-\pi,x]$上的图象大致为（ ）.

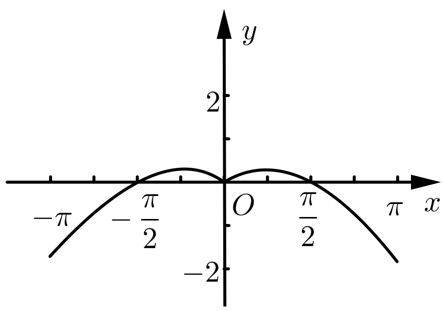
A.



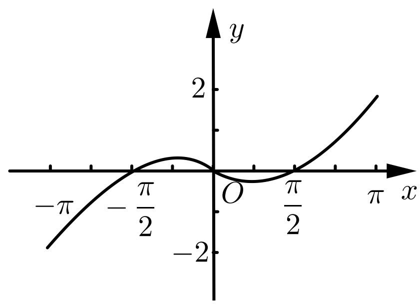
B.



C.



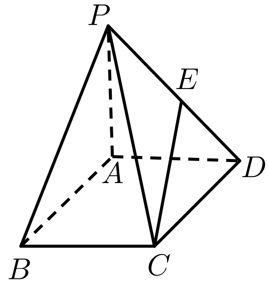
D.



9 在$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别是a，b，c，若$a^2-b^2=\sqrt{3}bc$，$\sin C=2\sqrt{3}\sin B$，则$A=$（ ）.

A. 30°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 150°

10 如图，在底面边长为4，侧棱长为6的正四棱锥$P-ABCD$中，E为侧棱PD的中点，则异面直线PB与CE所成角的余弦值是（ ）.



A. $\dfrac{\sqrt{34}}{17}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{34}}{17}$　　C. $\dfrac{5\sqrt{17}}{17}$　　D. $\dfrac{3\sqrt{17}}{17}$

11 已知点A在双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$） 的右支上，过点$A$作$x$轴的平行线交双曲线$C$的一条渐近线于点$B$（且点$B$在第一象限），若点$A$、$B$到原点$O$的距离的平方差恰好等于$\dfrac{5ac-2b^2}{4}$，则双曲线$C$的离心率为（ ）.

A. 2或$\dfrac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\sqrt{2}$　　D. 4

12 当x为实数时，$trunc(x)$表示不超过x的最大整数，如$trunc(3.1)=3$．已知函数$f(x)=trunc(|x|)$，函数$g(x)$满足$g(x)=g(6-x)$、$g(1+x)=g(1-x)$，且$x\in[0,3]$时，$g(x)=\left|x^2-2x\right|$，则方程$f(x)=g(x)$的所有根的个数为（ ）.

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

二、填空题

13 曲线$y=(2x+1)\ln x$在点$(1,0)$处的切线方程为 ______ .

14 已知点A在直线$y=2x$上，点B的坐标为$(1,1)$，O为坐标原点，则$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=6$，则$\left|\overrightarrow{OA}\right|=$ ______ .

15 已知实数x，y满足$\begin{cases}x-y-1\leqslant 0\\ -x+2y-2\leqslant 0\\ 2x+y-2\geqslant 0\end{cases}$，若目标函数$z=ax+y\,(a>0)$的最大值为$5$，且是取到最大值时的最优解是唯一的，则$a$的取值是 ______ .

16 已知抛物线$y^2=2px\,(p>0)$的焦点和椭圆$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$的右焦点重合，直线过抛物线的焦点$F$与抛物线交于$P$、$Q$两点和椭圆交于$A$、$B$两点，$M$为抛物线准线上一动点，满足$|PF|+|MF|=8$，$\angle MFP=\dfrac{\pi}{3}$，则直线$AB$的方程为 ______ .

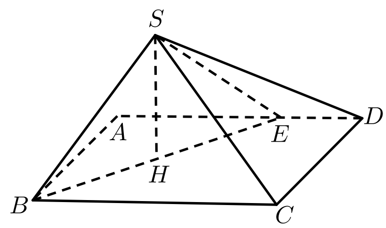
三、解答题

17 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，且$a_{n+1}=3a_n+2n-1\,(n\in\mathbf{N}^*)$.

（1） 求证：数列$\{a_n+n\}$为等比数列.

（2） 求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n .

18 如图，在矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=3$，点E是边AD上的一点，且$AE=2ED$，点H是BE的中点，将$\triangle ABE$沿着BE折起，使点A运动到点S处，且有$SC=SD$.



（1） 证明：$SH\perp$平面$BCDE$.

（2） 求四棱锥$S-BCDE$的体积.

19 某大型超市抽查了100天该超市的日纯利润数据，并分成了以下几组（单位：万元）：$[4,5)$，$[5,6)$，$[6,7)$，$[7,8)$，$[8,9)$，$[9,10]$．统计结果如下表所示（统计表中每个小组取中间值作为该组数据的替代值）：

组别	$[4,5)$	$[5,6)$	$[6,7)$	$[7,8)$	$[8,9)$	$[9,10]$
频数	5	20	30	30	10	5

（1）求这100天该大型超市日纯利润的平均数及中位数；

（2）该天型超市负责人决定利用分层抽样的方法从前2组中随机抽出5天数据分析日纯利润较少的原因，并从这5天数据中再抽出其中2天数据进行深入分析，求这2天的数据恰好来自不同组的概率；

（3）利用上述样本分布估计总体分布，解决下面问题：该大型超市总经理根据每天的纯利润给员工制定了两种奖励方案：

方案一：记日纯利润为x万元，当$x < 6$时，奖励每位员工40元/天；当$6 \leqslant x < 8$时，奖励每位员工80元/天；当$x \geqslant 8$时，奖励每位员工120元/天；

方案二：日纯利润低于总体中位数时每名员工发放奖金50元/天，日纯利润不低于总体中位数时每名员工发放80元奖金/天；

“小张恰好为该大型超市的一位员工，则从统计角度看，小张选择哪种奖励方案更有利?

20 已知函数$f(x)=\dfrac{3}{2}x^2-\ln x+\dfrac{(3a^2-1)x}{a}(a \in \mathbf{R}$，且$a \neq 0)$.

（1）求函数$f(x)$的极值点.

（2）当$a<0$时，证明：$f(x)+\dfrac{5}{2}a^2+a-1 \geqslant 0$.

21 已知点F是抛物线$C: x^2=2py(p>0)$的焦点，若点$P(4,y_0)$在抛物线C上，且以点F为圆心，PF长为半径的圆与直线$y=-4$相切.

（1）求抛物线C的方程.

（2）过点P作直线PA，PB分别交抛物线C于点A，B，若$\angle APB$的平分线与x轴平行，试探究：直线AB的斜率是否为定值？若为定值，求出该定值；若不为定值，请说明理由.

22 在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases} x=3+4t \\ y=-2+3t \end{cases}$（$t$为参数）．以坐标原点为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho^2+2\rho\cos\theta-8=0$.

（1）求直线l的普通方程和曲线C的直角坐标方程.

（2）若点P是直线l的一点，过点P作曲线C的切线，切点为Q，求$|PQ|$的最小值.

23 已知函数$f(x)=|2x-1|-|x+1|$.

（1）解不等式$f(x) \leqslant 4$.

（2）记函数$y=f(x)+3|x+1|$的最小值m，正实数a，b满足$a+b=\frac{m}{3}$，求证：$\log_3\left(\frac{4}{a}+\frac{1}{b}\right) \geqslant 2$.