第二十九章 投影与视图

单元总结

【知识要点】

知识点一 投影

一般地，用光线照射物体，在某个平面（地面、墙壁等）上得到的影子叫做物体的投影。照射光线叫做投影线，投影所在的平面叫做投影面。

■ 平行投影

概念：由平行光线形成的投影叫做平行投影。

特征：

1. 等高的物体垂直地面放置时，如图 1 所示，在太阳光下，它们的影子一样长.

2. 等长的物体平行于地面放置时，如图 2 所示，它们在太阳光下的影子一样长，且影长等于物体本身的长度.

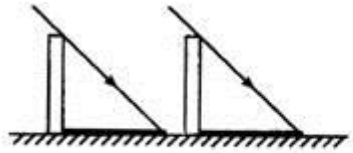


图 1

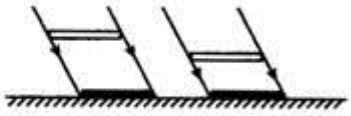


图 2

考查题型（物高与影长的关系）

1. 在不同时刻，同一物体的影子的方向和大小可能不同. 不同时刻，物体在太阳光下的影子的大小在变，方向也在改变，就北半球而言，从早晨到傍晚，物体影子的指向是：西→西北→北→东北→东，影长也是由长变短再变长.

2. 在同一时刻，不同物体的物高与影长成正比例. 即：

$$\frac{\text{甲物体的高}}{\text{乙物体的高}}=\frac{\text{甲物体的影长}}{\text{乙物体的影长}}.$$

利用上面的关系式可以计算高大物体的高度，比如旗杆的高度等.

注意：利用影长计算物高时，要注意的是测量两物体在同一时刻的影长.

■ 中心投影

概念：由同一点（点光源）发出的光线形成的投影叫做中心投影。

特征：

1. 等高的物体垂直地面放置时，如图 1 所示，在灯光下，离点光源近的物体它的影子短，离点光源远的物体它的影子长.

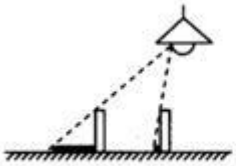


图 1

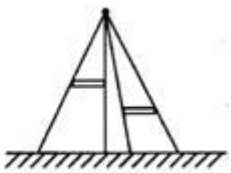


图 2

2 等长的物体平行于地面放置时，如图 2 所示. 一般情况下，离点光源越近，影子越长；离

点光源越远，影子越短，但不会比物体本身的长度还短.

考查题型（求点光源的位置）

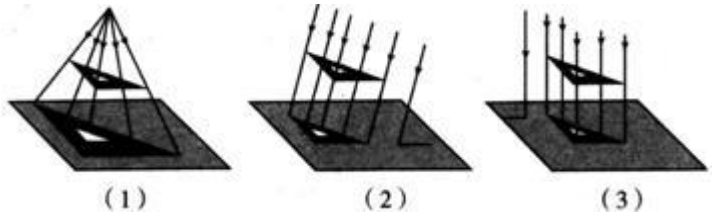
点光源、物体边缘上的点以及它在影子上的对应点在同一条直线上，根据其中两个点，就可以求出第三个点的位置.

中心投影与平行投影的区别与联系：

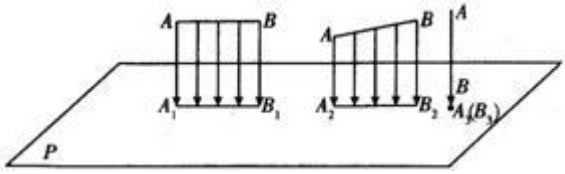
	区别	联系
平行投影	投影线互相平行，形成平行投影	都是物体在光线的照射下，在某个平面内形成的影子.(即都是投影)
中心投影	投影线集中于一点，形成中心投影	

■ **正投影**

正投影的定义：如图所示，图(1)中的投影线集中于一点，形成中心投影；图(2)(3)中，投影线互相平行，形成平行投影；图(2)中，投影线斜着照射投影面；图(3)中投影线垂直照射投影面(即投影线正对着投影面)，我们也称这种情形为投影线垂直于投影面.像图(3)这样，投影线垂直于投影面产生的投影叫做正投影.



1.线段的正投影分为三种情况.如图所示.

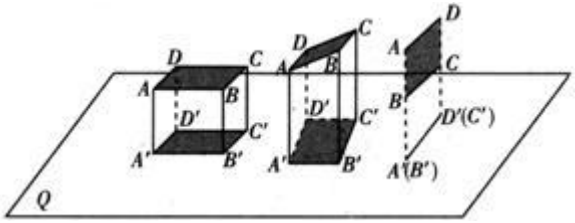


① 线段 AB 平行于投影面 P 时，它的正投影是线段 A_1B_1，与线段 AB 的长相等；、

② 线段 AB 倾斜于投影面 P 时，它的正投影是线段 A_2B_2，长小于线段 AB 的长；

③ 线段 AB 垂直于投影面 P 时，它的正投影是一个点.

2.平面图形正投影也分三种情况，如图所示.



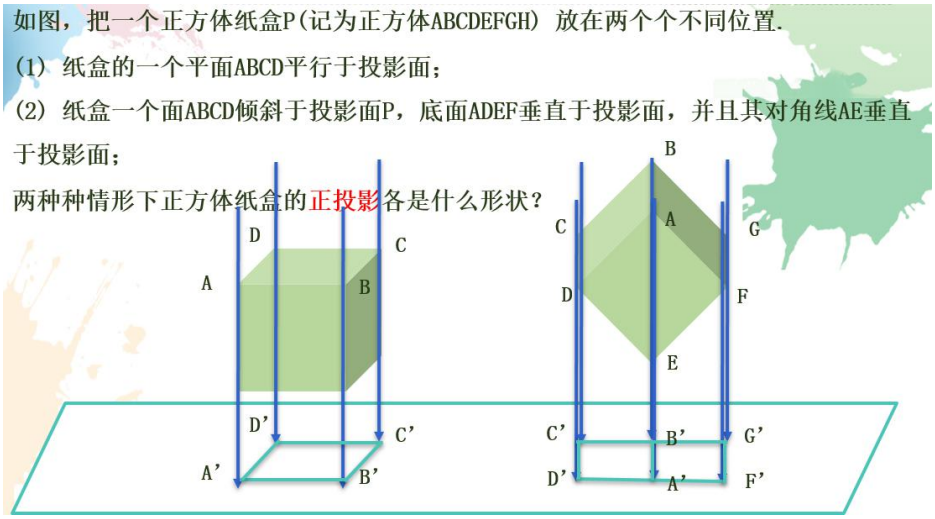
①当平面图形平行于投影面 Q 时，它的正投影与这个平面图形的形状、大小完全相同，即正投影与这个平面图形全等；

②当平面图形倾斜于投影面 Q 时，平面图形的正投影与这个平面图形的形状、大小发生变化，即会缩小，是类似图形但不一定相似.

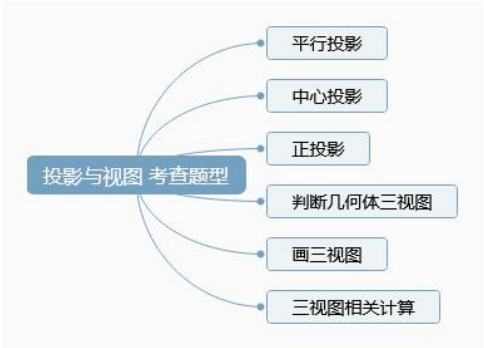
③当平面图形垂直于投影面 Q 时，它的正投影是直线或直线的一部分.

3.立体图形的正投影.

物体的正投影的形状、大小与物体相对于投影面的位置有关，立体图形的正投影与平行于投影面且过立体图形的最大截面全等.



【考查题型】



考查题型一 平行投影

典例 1.（2020·山西运城市·九年级期末）在下列四幅图形中，能表示两棵小树在同一时刻阳光下影子的图形的可能是（　　）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【提示】

根据太阳光下的影子的特点：（1）同一时刻，太阳光下的影子都在同一方向；（2）太阳光线

是平行的，太阳光下的影子与物体高度成比例，据此逐项判断即可.

【详解】

选项 A、B 中，两棵小树的影子的方向相反，不可能为同一时刻阳光下的影子，则选项 A、B 错误

选项 C 中，树高与影长成反比，不可能为同一时刻阳光下的影子，则选项 C 错误

选项 D 中，在同一时刻阳光下，影子都在同一方向，且树高与影长成正比，则选项 D 正确

故选：D.

【名师点拨】

本题考查了太阳光下的影子的特点，掌握太阳光下的影子的特点是解题关键.

变式 1-1.（2020·广东茂名市期末）下面四个图是同一天四个不同时刻树的影子，其时间由早到晚的顺序为(　　)



A．1234　　B．4312　　C．3421　　D．4231

【答案】B

【提示】

由于太阳早上从东方升起，则早上树的影子向西；傍晚太阳在西边落下，此时树的影子向东，于是可判断四个时刻的时间顺序.

【详解】

解：时间由早到晚的顺序为 4312.

故选 B.

【名师点拨】

本题考查了平行投影：由平行光线形成的投影是平行投影，如物体在太阳光的照射下形成的影子就是平行投影.

变式 1-2.（2020·湖南张家界市期末）某一时刻，身高 1.6m 的小明在阳光下的影长是 0.4m.同一时刻同一地点，测得某旗杆的影长是 5m，则该旗杆的高度是 （ ）

A．1.25m　　B．10m　　C．20m　　D．8m

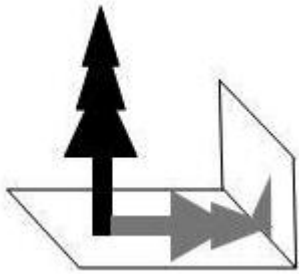
【答案】C

【解析】

设该旗杆的高度为 xm，根据题意得，1.6：0.4=x：5，解得 x=20（m）.

即该旗杆的高度是 20m．故选 C.

变式 1-3.（2019·河北沧州市·九年级期中）如图，数学兴趣小组的小颖想测量教学楼前的一棵树的树高，下午课外活动时她测得一根长为 1m 的竹竿的影长是 0．8m，但当她马上测量树高时，发现树的影子不全落在地面上，有一部分影子落在教学楼的墙壁上（如图），他先测得留在墙壁上的影高为 1．2m，又测得地面的影长为 2．6m，请你帮她算一下，树高是（ ）



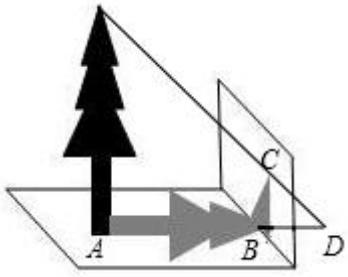
A．3．25m　　B．4．25m　　C．4．45m　　D．4．75m

【答案】C

【解析】

试题提示：此题首先要知道在同一时刻任何物体的高与其影长的比值是相同的．所以竹竿的高与其影子的比值和树高与其影子的比值是相同的，利用这个结论可以求出树高．

试题解析：如图，设 BD 是 BC 在地面的影子，树高为 x，



根据竹竿的高与其影子的比值和树高与其影子的比值相同，得：$\frac{CB}{BD}=\frac{1}{0.8}$

而：CB=1．2

∴BD=0．96

∴树在地面的实际影长为：0．96+2．6=3．56．

再竹竿的高与其影子的比值和树高与其影子的比值相同，得：$\frac{x}{3.56}=\frac{1}{0.8}$

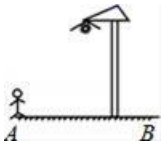
∴x=4．45

∴树高是 4．45m．

故选 C．

考查题型二 中心投影

典例 2．（2020·广东肇庆市·九年级期末）如图，晚上小亮在路灯下散步，在小亮由 A 处径直走到 B 处这一过程中，他在地上的影子（　　）



A．逐渐变短　　B．先变短后变长

C．先变长后变短　　D．逐渐变长

【答案】B

【提示】

小亮由 *A* 处径直路灯下，他得影子由长变短，再从路灯下到 *B* 处，他的影子则由短变长．

【详解】

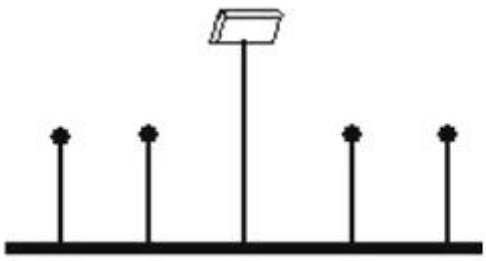
晚上小亮在路灯下散步，在小亮由 *A* 处径直走到 *B* 处这一过程中，他在地上的影子先变短，再变长．

故选 B．

【名师点拨】

本题考查了中心投影：由同一点（点光源）发出的光线形成的投影叫做中心投影．如物体在灯光的照射下形成的影子就是中心投影．

变式 2-1．（2020·山东济南市·九年级期中）如图，夜晚路灯下有一排同样高的旗杆，离路灯越近，旗杆的影子（　　）



A．越长　　B．越短

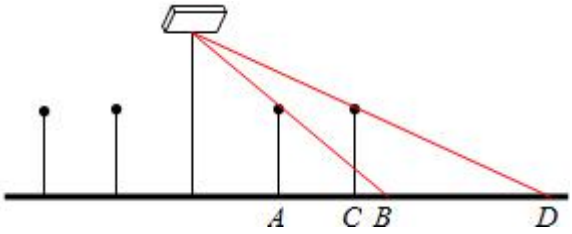
B．C．一样长　　D．随时间变化而变化

【答案】B

【解析】

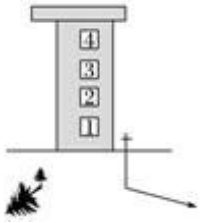
由图易得 AB＜CD，那么离路灯越近，它的影子越短，

故选 B.



【名师点拨】本题考查了中心投影，用到的知识点为：影长是点光源与物高的连线形成的在地面的阴影部分的长度.

变式 2-2.（2019·广东深圳市·红岭中学九年级期中）一幢 4 层楼房只有一个窗户亮着一盏灯，一棵小树和一根电线杆在窗口灯光下的影子如图所示，则亮着灯的窗口是(　　)



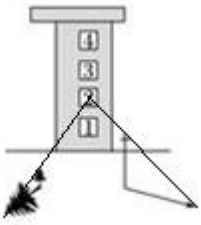
A．1 号窗口　　B．2 号窗口　　C．3 号窗口　　D．4 号窗口

【答案】B

【提示】

根据给出的两个物高与影长即可确定点光源的位置.

【详解】

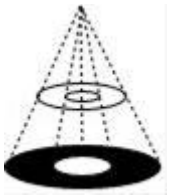


如图所示，故选 B.

【名师点拨】

本题考查中心投影.

变式 2-3.（2018·江苏苏州市·九年级期中）圆桌面（桌面中间有一个直径为 1m 的圆洞）正上方的灯泡（看作一个点）发出的光线照射平行于地面的桌面后，在地面上形成如图所示的圆环形阴影．已知桌面直径为 2m，桌面离地面 1m，若灯泡离地面 2m，则地面圆环形阴影的面积是（　　）



A．$2\pi m^2$　　B．$3\pi m^2$　　C．$6\pi m^2$　　D．$12\pi m^2$

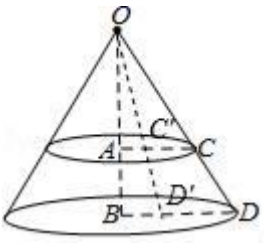
【答案】B

【提示】

先根据 $AC\perp OB$，$BD\perp OB$ 可得出$\triangle AOC\backsim\triangle BOD$，由相似三角形的对应边成比例可求出 BD 的长，进而得出 $BD'=1m$，再由圆环的面积公式即可得出结论．

【详解】

解：如图所示：



$\because AC\perp OB$，$BD\perp OB$，

$\therefore\triangle AOC\backsim\triangle BOD$，

$\therefore\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{AC}{BD}$，即$\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{BD}$，

解得：$BD=2m$，

同理可得：$AC'=0.5m$，则 $BD'=1m$，

$\therefore S_{\text{圆环形阴影}}=2^2\pi-1^2\pi=3\pi$（$m^2$）．

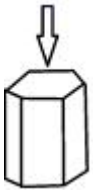
故选 B．

【名师点拨】

考查的是相似三角形的应用以及中心投影，利用相似三角形的对应边成比例得出阴影部分的半径是解题关键．

考查题型三　正投影

典例 3.（2019·石家庄市期末）把一个正六棱柱如图摆放，光线由上向下照射此正六棱柱时的正投影是(　)



A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】A

【解析】

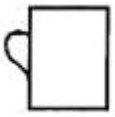
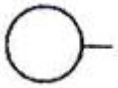
试题提示：根据平行投影特点以及图中正六棱柱的摆放位置即可求解.

把一个正六棱柱如图摆放，光线由上向下照射此正六棱柱时的正投影是正六边形.

考点：平行投影.

变式 3-1.（2020·青海西宁市·九年级期末）如图，水杯的杯口与投影面平行，投影线的几方向如箭头所示，它的正投影是（　　）



A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】D

【提示】

水杯的杯口与投影面平行，即与光线垂直，则它的正投影图有圆形.

【详解】

解：依题意，光线是垂直照下的，它的正投影图有圆形，只有 D 符合，

故选：D　　.

【名师点拨】

本题考查正投影的定义及正投影形状的确定.

变式 3-2.（2018·南通市启秀中学九年级期中）木棒长为 1.5*m*，则它的正投影的长一定（　　）

A．大于 1.5*m*　　B．小于 1.5*m*

C．等于 1.5*m*　　D．小于或等于 1.5*m*

【答案】D

【提示】

投影线垂直于投影底幕面时，称正投影，根据木棒的不同位置可得不同的线段长度.

【详解】

正投影的长度与木棒的摆放角度有关系，但无论怎样摆都不会超过 1.5 *m*.

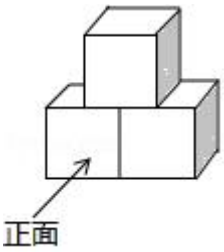
故选 D.

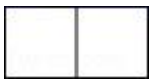
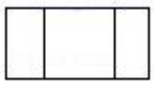
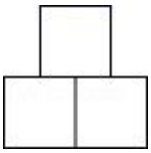
【名师点拨】

本题考查了正投影的定义，注意同一物体的所处的位置不同得到的正投影也不同.

考查题型四 判断几何体三视图

典例 4.（2020·山东青岛市·九年级期末）如图是由三个相同的小正方体组成的几何体，则该几何体的左视图是（　　）



A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】C

【解析】

提示：细心观察图中几何体中正方体摆放的位置，根据左视图是从左面看到的图形判定则可.

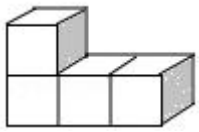
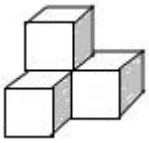
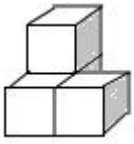
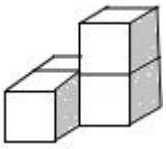
详解：从左边看竖直叠放 2 个正方形.

故选：*C*.

名师点拨：此题考查了几何体的三种视图和学生的空间想象能力，左视图是从物体左面看所得到的图形，解答时学生易将三种视图混淆而错误的选其它选项.

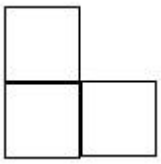
变式 4-1.（2020·深圳市龙岗区期末）下列几何体是由 4 个相同的小正方体搭成的，其中左

视图与俯视图相同的是（　　）

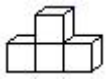
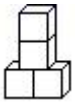
A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】C

【解析】

试题提示：从物体的前面向后面投射所得的视图称主视图（正视图）——能反映物体的前面形状；从物体的上面向下面投射所得的视图称俯视图——能反映物体的上面形状；从物体的左面向右面投射所得的视图称左视图——能反映物体的左面形状．选项 C 左视图与俯视图都是 ，故选 C.

变式 4-2.（2018·兰州市期末）下面的几何图形是由四个相同的小正方体搭成的，其中主视图和左视图相同的是(　　)

A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】C

【提示】

根据从正面看得到的视图是主视图，从左边看得到的图形是左视图，根据看到的图形进行比较即可解答．

【详解】

解：A、主视图看到的是 2 行，3 列，最下 1 行是 3 个，上面一行是 1 个，第 2 列是 2 个；左视图是 2 行，上下各 1 个；

B．主视图看到的是 3 行，最下 1 行是 2 个，上面 2 行在下面 1 行的中间，各 1 个，左视图是 3 行，每行各一个；

C．主视图是 2 行 2 列，下面 1 行是 2 个，上面 1 行 1 个，左面 1 列是 2 个；左视图是 2 行 2 列，下面 1 行是 2 个，上面 1 行 1 个，左面 1 列是 2 个，故主视图和左视图相同；

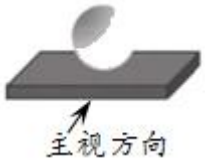
D．主视图是 2 行 2 列，下面 1 行 2 个，上面 1 行 1 个，右面 1 列 2 个，左视图也是 2 行 2 列，下面 1 行 2 个，上面 1 行 1 个，左面 1 列 2 个．

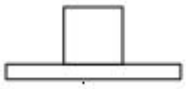
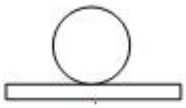
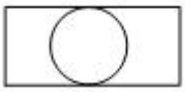
故选：C.

【名师点拨】

此题考查了从不同方向观察物体，重点是看清有几行几列，每行每列各有几个.

变式 4-3.（2019·黑龙江哈尔滨市·九年级期末）如图是由一个长方体和一个球组成的几何体，它的主视图是(　　).



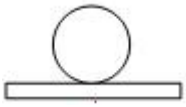
A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】C

【提示】

从正面看几何体，确定出主视图即可.

【详解】

解：几何体的主视图为：，

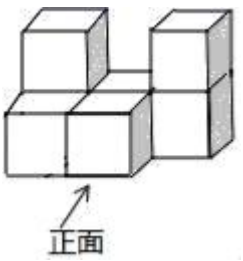
故选 C.

【名师点拨】

此题考查了简单组合体的三视图，主视图即为从正面看几何体得到的视图.

考查题型五　画三视图

典例 5.（2019·陕西榆林市·七年级期末）如图是由 7 个相同的小立方体组成的几何体，请画出从正面看、从左面看、从上面看的平面图形.



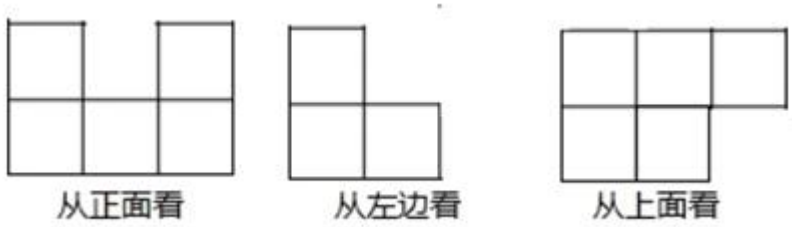
【答案】画图见详解.

【提示】

分别画出从正面看、左面看、上面看的图形，注意所有看到的棱都要表示到三视图中.

【详解】

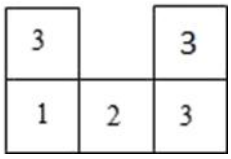
如图所示：

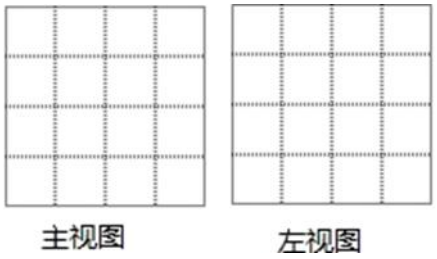


【名师点拨】

本题主要考查了三视图的画法，所有看到的棱都要在三视图中表示出来是画图的关键.

变式 5-1.（2020·贵州毕节市·九年级期末）如图，这是一个小正方体所搭几何体的俯视图，正方形中的数字表示在该位置小正方体的个数.请你画出它的主视图和左视图.





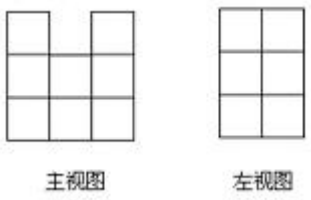
【答案】见解析

【提示】

主视图从左往右 3 列正方体的个数依次为 3，2，3；左视图从左往右 2 列正方体的个数依次为 3，3；依此画出图形即可

【详解】

如图所示：



【名师点拨】

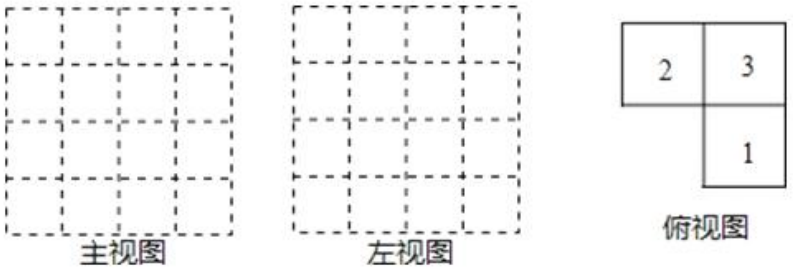
考查画几何体的三视图；用到的知识点为：主视图，左视图分别是从物体的正面，左面看得

到的图形；看到的正方体的个数为该方向最多的正方体的个数.

变式 5-2.（2019·山东济南市·七年级期中）由几个相同的边长为 1 的小立方块搭成的几何体的俯视图如图，方格中的数字表示该位置的小立方块的个数.

（1）请在图方格纸中分别画出该几何体的主视图和左视图；

（2）根据三视图，这个几何体的表面积为多少个平方单位？（包括面积）



【答案】（1）详见解析；（2）这个几何体的表面积为 24 个平方单位.

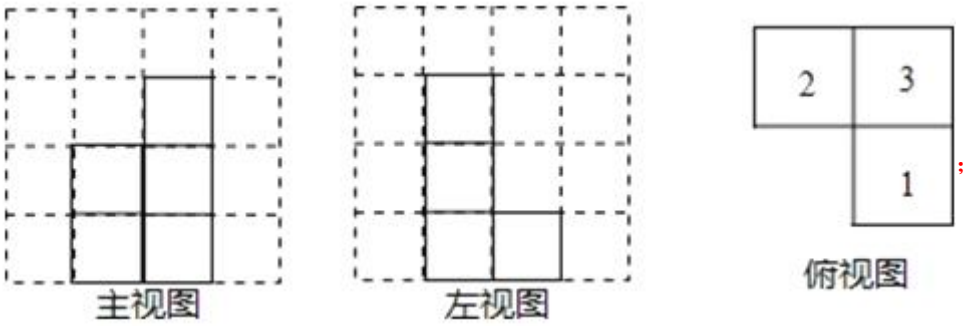
【提示】

（1）根据几何体的形状分别根据三视图观察的角度得出答案；

（2）利用几何体的形状，结合各层表面积求出即可.

【详解】

解：（1）如图所示：



（2）能看到的：第一层表面积为 12，第二层表面积为：7，第三层表面积为：5，

∴这个几何体的表面积为 24 个平方单位.

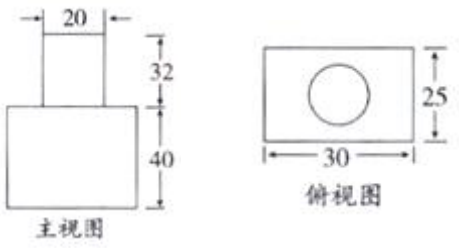
答案：这个几何体的表面积为 24 个平方单位.

【名师点拨】

本题考查了简单几何体的三视图，主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、侧面和上面看所得到的图形，解题时不但要具有丰富的数学知识，而且还应有一定的生活经验.

考查题型六 三视图相关计算

典例 6.（2020·广东茂名市·九年级期末）如图，已知一个几何体的主视图与俯视图，求该几何体的体积.（π 取 3.14, 单位：cm）



【答案】40048

【提示】

根据三视图得到几何体上半部分是圆柱, 下半部分是长方体, 分别计算体积相加即可解题.

【详解】

解：由几何体的主视图和俯视图，可以想象出该几何体由两部分组成：上部是一个圆柱，底面直径是 20cm，高是 32cm；下部是一个长方体，长、宽、高分别是 30cm，25cm，40cm，所以该几何体的体积为 $3.14\times(\frac{20}{2})^2\times32+30\times25\times40=40048(\text{cm}^3)$.

【名师点拨】

主视图是在物体正面从前向后观察物体得到的图形；俯视图是站在物体的正面从上向下观察物体得到的图形；左视图是在物体正面从左向右观察到的图形, 掌握三视图的定义是解题关键.

变式 6-1.（2018·四川成都市·成都外国语学校七年级期中）已知如图为一几何体的三视图：主视图和左视图都是长方形，俯视图是等边三角形

（1）写出这个几何体的名称；

（2）若主视图的高为 10cm，俯视图中三角形的边长为 4cm，求这个几何体的侧面积.



【答案】（1）三棱柱；（2）这个几何体的侧面面积为 120cm^2.

【提示】

（1）根据三视图的知识，主视图以及左视图都是长方形，俯视图为三角形，故可判断出该几何体是三棱柱；

（2）侧面展开图形是长方形，长方形的长是等边三角形的周长，宽是三棱柱的高，即可计算出侧面积.

【详解】

解：（1）这个几何体是三棱柱；

（2）三棱柱的侧面展开图形是长方形，长方形的长是等边三角形的周长即：

$C=4\times3=12cm$，

根据题意可知主视图的长方形的长是三棱柱的高，所以三棱柱侧面展开图形的面积为：

$S=12\times10=120cm^2$.

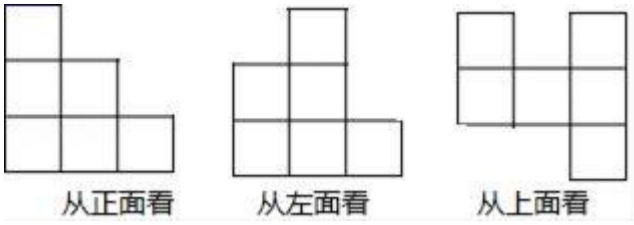
答：这个几何体的侧面面积为 $120cm^2$.

故答案为（1）三棱柱；（2）$120cm^2$.

【名师点拨】

本题主要考查由三视图确定几何体和求几何体的面积等相关知识，考查学生的空间想象能力．注意：棱柱的侧面都是长方形，上下底面是几边形就是几棱柱.

变式 6-2.（2019·惠来县葵潭中学七年级期中）一个几何体是由若干个棱长为 3cm 的小正方体搭成的，从正面、左面、上面看到的几何体的形状图如图所示：



（1）在“从上面看”的图中标出各个位置上小正方体的个数；

（2）求该几何体的体积.

【答案】（1）见解析；（2）$270cm^3$

【提示】

（1）根据“俯视图打地基，主视图疯狂盖，左视图拆违章”的原则解答即可得；

（2）根据每个正方体的体积乘以正方体的个数即可得.

【详解】

（1）如图所示：

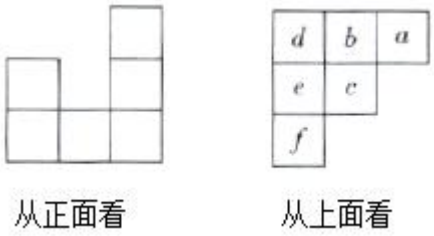


（2）该几何体的体积为 $3^3\times$（2+3+2+1+1+1）=27×10=270（cm^3）.

【名师点拨】

本题考查了学生对三视图的掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查．如果掌握口诀“俯视图打地基，主视图疯狂盖，左视图拆违章”就更容易得到答案．

变式 6-3．（2020·沭阳县怀文中学七年级期末）用相同的小立方体搭一个几何体，从正面、上面看到的形状图如图所示，从上面看到的形状图中小正方形的字母表示在该位置上小立方体的个数，请回答下列问题：



（1）a，b，c 各表示的数字是几？

（2）这个几何体最多由几个小立方体搭成？最少呢？

（3）当 $d=e=1$，$f=2$ 时，画出这个几何体从左面看得到的形状图.

【答案】（1）$a=3$，$b=1$，$c=1$；（2）最多由 11 个小立方体搭成；最少由 9 个小立方体搭成；（3）见解析.

【提示】

（1）由主视图可知，第二列小立方体的个数均为 1，第 3 列小正方体的个数为 3，那么 b=1，c=1，a=3；

（2）第一列小立方体的个数最少为 2+1+1，最多为 2+2+2，那么加上其它两列小立方体的个数即可；

（3）左视图有 3 列，每列小正方形数目分别为 3，1，2.

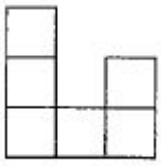
【详解】

（1）$a=3$，$b=1$，$c=1$；

（2）$6+2+3=11$（个），$4+2+3=9$（个）.

这个几何体最多由 11 个小立方体搭成；最少由 9 个小立方体搭成.

（3）如图所示.



【名师点拨】本题考查由三视图判断几何体及作三视图，解题关键在于熟练掌握几何体的三视图的相关知识.