湖北省部分重点中学2018—2019学年度下学期高一期中考试

数学试卷答案

一、选择题

1—6：CBABAC　　7—12：CDBCBC

二、填空题

13：$\frac{4\sqrt{2}}{3}$　　14：-1　　15：$(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[3,+\infty)$　　16：3

三、解答题

17. 解：（1）$\because \vec{c}\parallel\vec{d}$，$\therefore \exists\lambda\in R,\vec{c}=\lambda\vec{d}$，$k\vec{a}+\vec{b}=\lambda(\vec{a}-\vec{b})$

解得$k=-1$，$\vec{c}=-\vec{d}$，当且仅当$\vec{c}=\vec{d}=\vec{0}$时，$\vec{c},\vec{d}$同向.

（2）$\because \vec{c}\perp\vec{d}\Leftrightarrow\vec{c}\cdot\vec{d}=0$

$\Leftrightarrow\vec{c}\cdot\vec{d}=(k\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=k|\vec{a}|^2+(1-k)|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos60°-|\vec{b}|^2=0$

$\Leftrightarrow k+\frac{1}{2}(1-k)-1=0$

所以当$k=1$时，$\because \vec{c}\perp\vec{d}$

18. 解：（1）$\because c(1+\cos A)=\sqrt{3}a\sin C=\sqrt{3}c\sin A$

$\therefore 1=\sqrt{3}\sin A-\cos A=2\sin\left(A-\frac{\pi}{6}\right)$

$A-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$（$\frac{5\pi}{6}$舍去），$\therefore A=\frac{\pi}{3}$.

（2）$\because A=\frac{\pi}{3}$，$\therefore \sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos A=\frac{1}{2}$，

$\sin B=\frac{b}{a}\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{14}$，

$\because a>b\Rightarrow B<A<90°$，$\therefore \cos B=\frac{5\sqrt{7}}{14}$，

$c=a\cos B+b\cos A=\frac{5}{2}+\frac{1}{2}=3$

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

学而思 | 武汉分校

19. 解：由题意知，旋转后几何体是一个圆锥，从上面挖去一个圆柱，

且圆锥的底面半径为 4，高为 $4\sqrt{3}$，圆柱的底面半径为 2，高为 $2\sqrt{3}$.

所求旋转体的表面积由三部分组成：圆锥的底面、侧面，圆柱的侧面.

$S_{圆锥的底面}=16\pi$，$S_{圆锥侧}=32\pi$，$S_{圆柱的侧}=8\sqrt{3}\pi$.

故所求几何体的表面积为：$16\pi+32\pi+8\sqrt{3}\pi=48\pi+8\sqrt{3}\pi$.

$\therefore$ 阴影部分形成的几何体的体积：$V=V_{圆锥}-V_{圆柱}=\frac{1}{3}\times\pi\times16\times4\sqrt{3}-\pi\times4\times2\sqrt{3}=\frac{40\sqrt{3}}{3}\pi$.

20. 解（1）由题意，设燃料费为 $W_1=kv^2$，

$\because$ 当船速为 10 海里/小时，它的燃料费是每小时 96 元，

$\therefore$ 当 $v=10$ 时，$W_1=96$，可得 $96=k\times10^2$，解之得 $k=0.96$.

（2）$\because$ 其余航行运作费用（不论速度如何）总计是每小时 150 元.

$\therefore$ 航行 100 海里的时间为 $\frac{100}{v}$ 小时，可得其余航行运作费用为 $\frac{100}{v}\times150=\frac{15000}{v}$ 元

因此，航行 100 海里的总费用为 $W=0.96v^2\cdot\frac{100}{v}+\frac{15000}{v}=96v+\frac{15000}{v}(0<v\le15)$

$\because 96v+\frac{15000}{v}\ge2\sqrt{1440000}=2400$，

$\therefore$ 当且仅当 $96v=\frac{15000}{v}$ 时，即 $v=\sqrt{\frac{15000}{96}}=12.5<15$ 时，

航行 100 海里的总费用最小，且这个最小值为 2400 元.

21. 解：（1）$\forall x\in[1,2]$，$ax^2+4x+2\ge0$.

$\Leftrightarrow a\ge-\frac{4}{x}-\frac{2}{x^2}=-2\left(\frac{1}{x}+1\right)^2+2$

$\therefore a\ge\left\{-2\left(\frac{1}{x}+1\right)^2+2\right\}_{max}=-\frac{5}{2}$，故 a 的取值范围为 $[-\frac{5}{2},+\infty)$

（2）因为 $f(x)\ge0$ 在 $x\in\mathbf{R}$ 上恒成立且能取到 0，

所以 $a>0$，$\Delta=16-4ab=0$，$ab=4$，

因为 $a-b>0$，所以 $\frac{a^2+b^2}{a-b}=\frac{(a-b)^2+2ab}{a-b}=(a-b)+\frac{8}{a-b}\ge2\sqrt{8}=4\sqrt{2}$

故 $\frac{a^2+b^2}{a-b}$ 的最小值为 $4\sqrt{2}$

学而思 | 武汉分校

22. 解：（1）$a=-1$时，$f(x)=\log_2(ax^2+2x-a)=\log_2(-x^2+2x+1)$，

由$-x^2+2x+1>0$得：$1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}$，

∴函数的定义域为$(1-\sqrt{2}，1+\sqrt{2})$

（2）当$a\le 0$时，$f(x)\ge 1$即$\log_2(ax^2+2x-a)\ge 1$，

即$ax^2+2x-a-2\ge 0$对任何$x\in[2,3]$都成立，

∴$ax+a+2\ge 0$对任何$x\in[2,3]$都成立，

令$h(x)=ax+a+2$，则$\begin{cases}h(2)\ge 0\\h(3)\ge 0\end{cases}$，解得：$-\frac{1}{2}\le a\le 0$，

故实数a的取值范围是$[-\frac{1}{2}，0]$；

（3）$a<0$时，设将$f(x)$的图象沿x轴方向平移t个单位得到$g(x)$的图象，

则$g(x)=\log_2[a(x+t)^2+2(x+t)-a]=\log_2[ax^2+(2at+2)x+at^2+2t-a]$，

因为$g(x)$为偶函数，所以$g(-x)=g(x)$，

则$\log_2[ax^2-(2at+2)x+at^2+2t-a]=\log_2[ax^2+(2at+2)x+at^2+2t-a]$，

所以$2at+2=0$，所以$t=-\frac{1}{a}$，

∴$g(x)=\log_2(ax^2-\frac{1}{a}-a)$，

因为$a<0$所以$x=0$时，$g(x)_{max}=h(a)=\log_2(-\frac{1}{a}-a)$，

因为$-\frac{1}{a}-a\ge 2\sqrt{(-\frac{1}{a})\times(-a)}=2$，（当且仅当$a=-1$时取等），

所以$h(a)\ge\log_2 2=1$，

故$h(a)$的最小值为1.