

# 2020年广东广州越秀区广州市培正中学初三二模 数学试卷

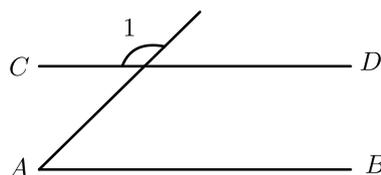
## 一、选择题

(本大题共10小题, 每小题3分, 共30分)

1 8的倒数是 ( ) .

- A. 8                      B. -8                      C.  $-\frac{1}{8}$                       D.  $\frac{1}{8}$

2 如图, 已知直线  $AB \parallel CD$ ,  $\angle 1 = 110^\circ$ , 则  $\angle A$  的度数是 ( ) .



- A.  $70^\circ$                       B.  $100^\circ$                       C.  $110^\circ$                       D.  $130^\circ$

3 人体中红细胞的直径约为  $0.0000077\text{m}$ , 将数  $0.0000077$  用科学记数法表示为 ( ) .

- A.  $77 \times 10^{-5}$                       B.  $0.77 \times 10^{-7}$                       C.  $7.7 \times 10^{-6}$                       D.  $7.7 \times 10^{-7}$

4 某体育用品商店一天中卖出某种品牌的运动鞋15双, 其中各种尺码的鞋的销售量如表所示:

鞋的尺码/cm	23	23.5	24	24.5	25
销售量/双	1	3	3	6	2

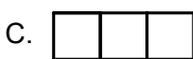
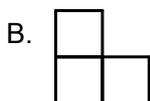
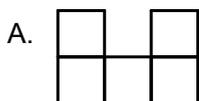
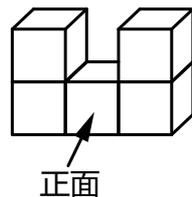
则这15双鞋的尺码组成的一组数据中, 众数和中位数分别为 ( ) .

- A. 24.5, 24.5                      B. 24.5, 24                      C. 24, 24                      D. 23.5, 24

5 下列运算正确的是 ( ) .

- A.  $(a^2)^3 = a^6$       B.  $(a+2)^2 = a^2 + 4$       C.  $a^6 \div a^3 = a^2$       D.  $\sqrt{a} + \sqrt{2a} = \sqrt{3a}$

6 如图所示, 是由5个相同的小正方体组合而成的几何体, 它的左视图是 ( ) .



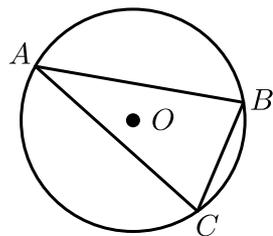
7 用半径为3cm, 圆心角是 $120^\circ$ 的扇形围成一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的底面半径为 ( ) .

- A.  $2\pi$  cm      B. 1.5cm      C.  $\pi$  cm      D. 1cm

8 关于 $x$ 的一元二次方程 $(a-1)x^2 - 2x + 3 = 0$ 有实数根, 则整数 $a$ 的最大值是 ( ) .

- A. 2      B. 1      C. 0      D. -1

9 如图,  $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ , 若 $\sin \angle BAC = \frac{1}{3}$ ,  $BC = 2\sqrt{6}$ , 则 $\odot O$ 的半径为 ( ) .

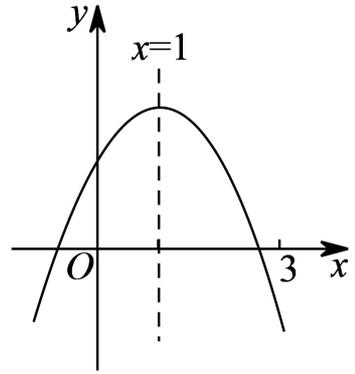


- A.  $3\sqrt{6}$       B.  $6\sqrt{6}$       C.  $4\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2}$

10 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 图象如图, 下列结论:

- ① $abc > 0$ ; ② $2a + b = 0$ ; ③当 $m \neq 1$ 时,  $a + b > am^2 + bm$ ; ④ $a - b + c > 0$ ; ⑤若 $ax_1^2 + bx_1 = ax_2^2 + bx_2$ , 且 $x_1 \neq x_2$ , 则 $x_1 + x_2 = 2$ .

其中正确的有 ( ) .



A. ①②③

B. ②④

C. ②⑤

D. ②③⑤

## 二、填空题

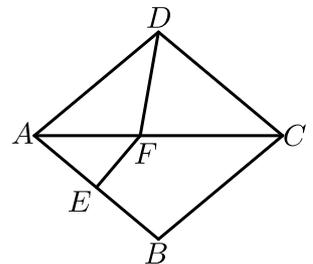
(本大题共6小题, 每小题3分, 共18分)

11 如果 $\sqrt{2m-1}$ 有意义,  $m$ 的取值范围是 \_\_\_\_\_ .

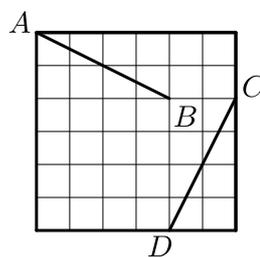
12 因式分解:  $ab^2 - 2ab + a =$  \_\_\_\_\_ .

13 若正多边形的一个内角是 $150^\circ$ , 则该正多边形的边数是 \_\_\_\_\_ 边.

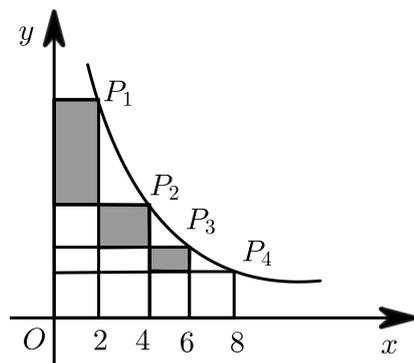
14 如图所示, 在菱形 $ABCD$ 中,  $\angle BAD = 80^\circ$ ,  $AB$ 的垂直平分线交对角线 $AC$ 于点 $F$ ,  $E$ 为垂足, 连接 $DF$ , 则 $\angle CDF$ 的度数为 \_\_\_\_\_ .



15 如图,  $A$ 点的坐标为 $(-1, 5)$ ,  $B$ 点的坐标为 $(3, 3)$ ,  $C$ 点的坐标为 $(5, 3)$ ,  $D$ 点的坐标为 $(3, -1)$ , 小明发现: 线段 $AB$ 与线段 $CD$ 存在一种特殊关系, 即其中一条线段绕着某点旋转一个角度可以得到另一条线段, 你认为这个旋转中心的坐标是 \_\_\_\_\_ .



- 16 如图, 在反比例函数的图象  $y = \frac{10}{x} (x > 0)$  上, 有点  $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots$ , 点  $P_1$  横坐标为 2, 且后面每个点的横坐标与它前面相邻点的横坐标的差都是 2, 过点  $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots$  分别作  $x$  轴,  $y$  轴的垂线, 图中所构成的阴影部分的面积从左到右依次为  $S_1, S_2, S_3, \dots$ . 则  $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

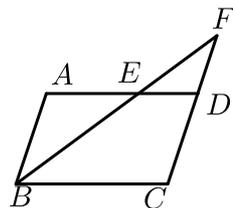


### 三、解答题

(本大题共9小题, 共102分)

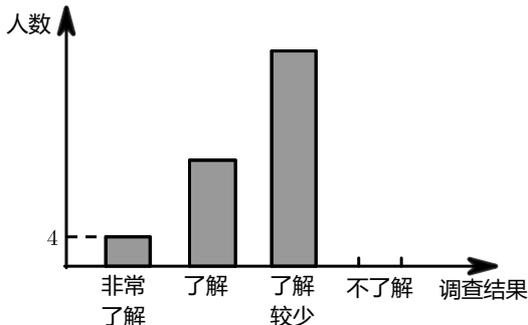
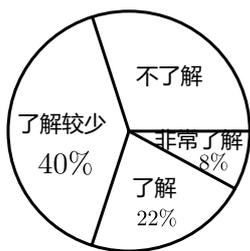
17 计算:  $|\sqrt{3} - 2| + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + (2019 - \pi)^0 + 3 \tan 30^\circ$ .

- 18 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $E$  是  $AD$  边上的中点, 连接  $BE$ , 并延长  $BE$  交  $CD$  的延长线于点  $F$ , 证明:  $FD = AB$ .



19 化简:  $\frac{a}{a^2 - 4} \cdot \frac{a + 2}{a^2 - 3a} - \frac{1}{2 - a}$ , 并求值, 其中  $a$  与 2、3 构成  $\triangle ABC$  的三边, 且  $a$  为整数.

20 随着经济的快速发展,环境问题越来越受到人们的关注,某校学生会为了解节能减排、垃圾分类知识的普及情况,随机调查了部分学生,调查结果分为“非常了解”“了解”“了解较少”“不了解”四类,并将检查结果绘制成下面两个统计图.

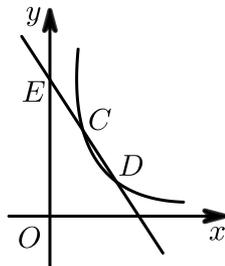


- 本次调查的学生共有 \_\_\_\_\_ 人,估计该校1200名学生中“不了解”的人数是 \_\_\_\_\_ 人.
- “非常了解”的4人有 $A_1, A_2$ 两名男生, $B_1, B_2$ 两名女生,若从中随机抽取两人向全校做环保交流,请利用画树状图或列表的方法,求恰好抽到一男一女的概率.

21 某超市预测某饮料有发展前途,用1600元购进一批饮料,上市后果然供不应求,又用6000元购进这批饮料,第二批饮料的数量是第一批的3倍,但单价比第一批贵2元.

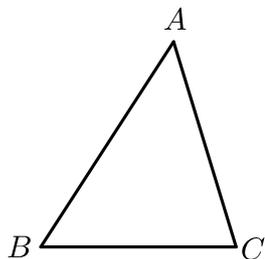
- 第一批饮料进货单价多少元?
- 若两次购进饮料按同一价格销售,两批全部售完后,获利不少于1200元,那么销售单价至少为多少元?

22 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过 $A(-2, 12), B(8, -3)$ .



- 求该一次函数的解析式.
- 如图,该一次函数的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x} (m > 0)$ 的图象相交于 $C(x_1, y_1), D(x_2, y_2)$ ,与 $y$ 轴交于点 $E$ ,且 $CD = CE$ ,求 $m$ 的值.

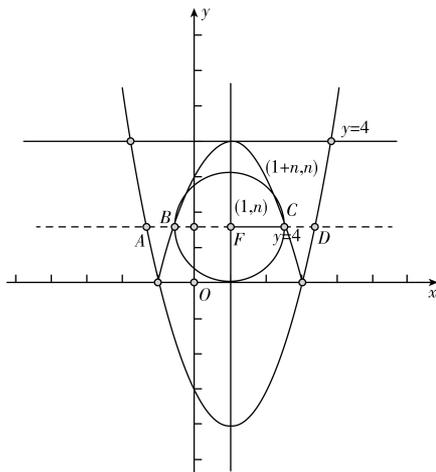
如图, 等腰三角形 $ABC$ 中,  $AC = BC = 10$ ,  $AB = 12$ .



- (1) 动手操作: 利用尺规作以 $BC$ 为直径的 $\odot O$ ,  $\odot O$ 交 $AB$ 于点 $D$ ,  $\odot O$ 交 $AC$ 于点 $E$ , 并且过点 $D$ 作 $DF \perp AC$ 交 $AC$ 于点 $F$ .
- (2) 求证: 直线 $DF$ 是 $\odot O$ 的切线.
- (3) 连接 $DE$ , 记 $\triangle ADE$ 的面积为 $S_1$ , 四边形 $DECB$ 的面积为 $S_2$ , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.

24 已知: 二次函数 $y = ax^2 - 2ax - 3$  ( $a > 0$ ), 当 $2 \leq x \leq 4$ 时, 函数有最大值5.

- (1) 求此二次函数图象与坐标轴的交点.
- (2) 将函数 $y = ax^2 - 2ax - 3$  ( $a > 0$ )图象 $x$ 轴下方部分沿 $x$ 轴向上翻折, 得到的新图象与直线 $y = n$ 恒有四个交点, 从左到右, 四个交点依次记为 $A, B, C, D$ , 当以 $BC$ 为直径的圆与 $x$ 轴相切时, 求 $n$ 的值.
- (3) 若点 $P(x_0, y_0)$ 是(2)中翻折得到的抛物线弧部分上任意一点, 若关于 $m$ 的一元二次方程 $m^2 - y_0m + k - 4 + y_0 = 0$ 恒有实数根时, 求实数 $k$ 的最大值.



25 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\tan \angle BAC = \frac{1}{2}$ . 点 $D$ 在边 $AC$ 上 (不与 $A, C$ 重合), 连结 $BD$ ,  $F$ 为 $BD$ 中点.

- (1) 若过点 $D$ 作 $DE \perp AB$ 于 $E$ , 连结 $CF, EF, CE$ , 如图1. 设 $CF = kEF$ , 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ .

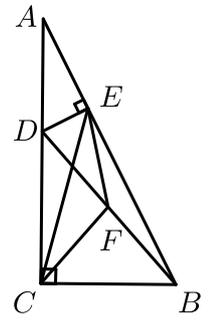


图 1

(2) 若将图1中的 $\triangle ADE$ 绕点A旋转, 使得D、E、B三点共线, 点F仍为BD中点, 如图2所示.

求证:  $BE - DE = 2CF$ .

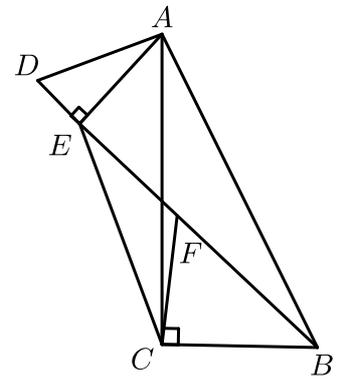


图 2

(3) 若 $BC = 6$ , 点D在边AC的三等分点处, 将线段AD绕点A旋转, 点F始终为BD中点, 求线段CF长度的最大值.