武汉市2019届高中毕业生四月调研测试

文 科 数 学

武汉市教育科学研究院命制　　2019.4.18

本试卷共6页,23题(含选考题)。全卷满分150分。考试用时120分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答卷前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡指定的位置用2B铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

5. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合$A=\{x|\lg x<1\}$,$B=\{0,1,2\}$,则$A\cap B=$

A. $\{1,2\}$　　B. $\{0,1,2\}$　　C. $\{1\}$　　D. $\{0\}$

2. 若复数$z=\left|\frac{1-i}{1+i}\right|+2i$,则$z=$

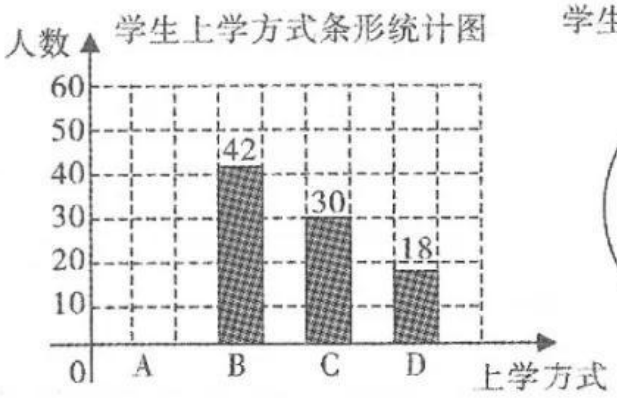
A. i　　B. $1+2i$　　C. $2+2i$　　D. $-1+2i$

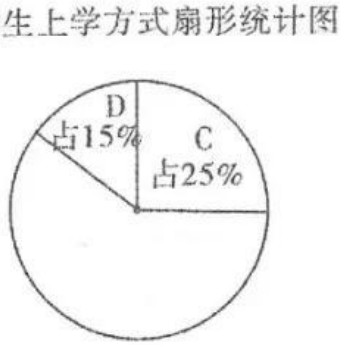
3. 若角α满足$\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}=5$,则$\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}=$

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{5}{2}$　　C. 5或$\frac{1}{5}$　　D. 5

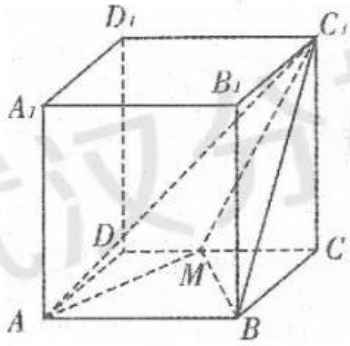
4. 某学校为了了解本校学生的上学方式，在全校范围内随机抽查部分学生，了解到上学方式主要有：A—结伴步行、B—自行乘车、C—家人接送、D—其他方式，并将收集的数据整理绘制成如下两幅不完整的统计图. 请根据图中信息，求本次抽查的学生中 A 类人数是

A. 30　　B. 40　　C. 42　　D. 48





5. 如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 为 CD 中点，则四面体 $A-BC_1M$ 的体积 $V_{A-BC_1M}=$



A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{12}$

6. 已知实数 x、y 满足约束条件 $\begin{cases}2x-y+4\geqslant 0\\ x-y-1\leqslant 0\\ x+2y-1\leqslant 0\end{cases}$，则目标函数 $z=y-x$ 的最小值为

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. -1

7. 已知 $a>0$ 且 $a\neq 1$，函数 $f(x)=\begin{cases}a^x, x\geqslant 1\\ ax+a-2, x<1\end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，那么实数 a 的取值范围是

A. $(1,+\infty)$　　B. $(0,1)$　　C. $(1,2)$　　D. $(1,2]$

8. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $b^2=ac$，$\sin A\sin B+\sin B\sin C=1-\cos 2B$，则角 $A=$

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{6}$　　D. $\frac{5\pi}{12}$

9. 过点 $P(4,2)$ 作一直线 AB 与双曲线 $C:\frac{x^2}{2}-y^2=1$ 相交于 A、B 两点，若 P 为 AB 中点，则 $|AB|=$

A. $2\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{3}$

10. 某大学党支部中有 2 名女教师和 4 名男教师，现从中任选 3 名教师去参加精准扶贫工作，至少有 1 名女教师要参加这项工作的选择方法种数为

A. 10　　B. 12　　C. 16　　D. 20

11. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=4$，$\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 上投影为 -2，则 $|\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}|$ 的最小值为

A. 12　　B. 10　　C. $\sqrt{10}$　　D. 2

12. 设曲线 $C:y=3x^4-2x^3-9x^2+4$，在曲线 C 上一点 $M(1,-4)$ 处的切线记为 l，则切线 l 与曲线 C 的公共点个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 函数 $f(x)=\ln\frac{x+1}{x-1}$ 的值域为_____.

14. 已知函数 $y=2\sin(2x+\varphi)\left(-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称，则 φ 的值为_____.

15. 将一个表面积为 100π 的木质球削成一个体积最大的圆柱，则该圆柱的高为_____.

16. 已知点 $M(0,2)$，过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F 的直线 AB 交抛物线于 A,B 两点，若 $\angle AMF=\frac{\pi}{2}$，则点 B 坐标为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22 题～第 23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（本小题满分 12 分）

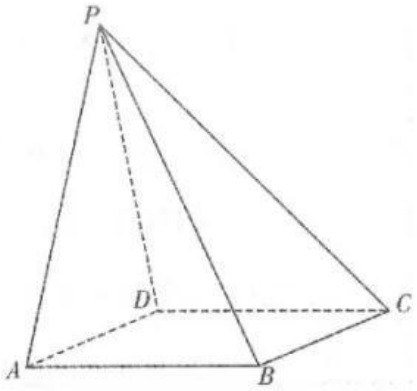
已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_2+4S_4=S_6$，$a_1=1$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 公比 q；

（2）令 $b_n=a_n-15$，求 $T=|b_1|+|b_2|+\cdots+|b_{10}|$ 的值.

学而思|武汉分校

18.（本小题满分 12 分）



如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 1 的菱形，$\angle DAB=\frac{\pi}{3}$，面 $PAD\perp$ 面 $ABCD$，$PA=PD=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

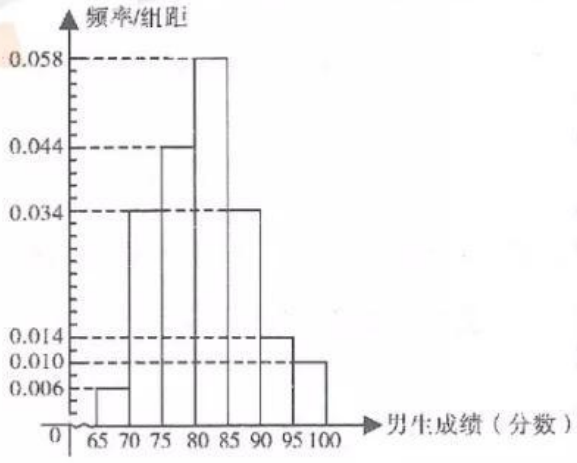
（1）证明：$PB\perp BC$；

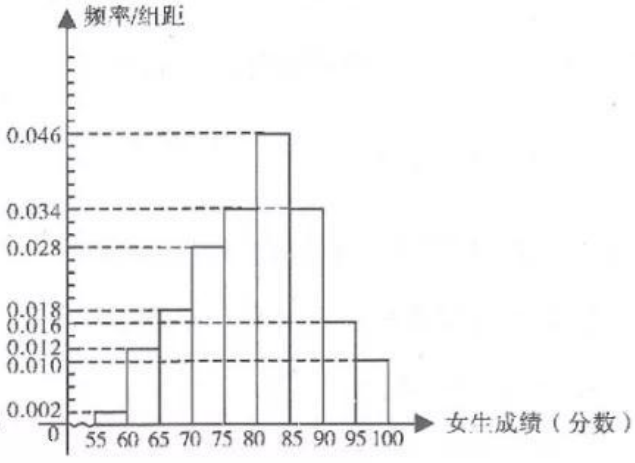
（2）求点 A 到平面 PBC 的距离.

19.（本小题满分 12 分）

2019 年，在庆祝中华人民共和国成立 70 周年之际，又迎来了以“创军人荣耀，筑世界和平”为宗旨的第七届世界军人运动会. 据悉，这次军运会将于 2019 年 10 月 18 日至 27 日在美丽的江城武汉举行，届时将有来自全世界 100 多个国家和地区的近万名军人运动员参赛. 相对于奥运会、亚运会等大型综合赛事，军运会或许对很多人来说还很陌生. 为此，武汉某高校为了在学生中更广泛的推介普及军运会相关知识内容，特在网络上组织了一次“我所知晓的武汉军运会”知识问答比赛. 为便于对答卷进行对比研究，组委会抽取了 1000 名男生和 1000 名女生的答卷，他们的考试成绩频率分布直方图如下：

（注：问卷满分为 100 分，成绩≥80 的试卷为“优秀”等级。）





（1）从现有 1000 名男生和 1000 名女生答卷中各取一份，分别求答卷成绩为“优秀”等级的概率；

（2）求列联表中 a,b,c,d 的值，并根据列联表回答：能否在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下认为“答卷成绩为优秀等级与性别有关”？

	男	女	总计
优秀	a	b	$a+b$
非优秀	c	d	$c+d$
总计	1000	1000	2000

(3)根据男、女生成绩频率分布直方图,对他们的成绩的优劣进行比较.

附:

$P(K^2 \geqslant k)$	0.05	0.025	0.010
k	3.841	5.024	6.635

$K^2 = \dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中,$n=a+b+c+d$.

20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $\Gamma: \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 左顶点 $M(-2,0)$,离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(1)求椭圆 Γ 的方程;

(2)过 $N(1,0)$ 的直线 AB 交椭圆 Γ 于 A、B 两点,当 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ 取得最大值时,求 $\triangle MAB$ 面积.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=(x-1)\ln x+ax,(a\in\mathbf{R})$

(1)在 $a=0$ 时,求 $f(x)$ 的单调区间;

(2)若 $f(x)>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立,求实数 a 的范围.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。作答时请写清题号。

22. [选修 4 -4:坐标系与参数方程](本小题满分 10 分)

在直角坐标系 xOy 中,以坐标原点 O 为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 $C_1:\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$C_2:\rho^2=\frac{1}{3-4\sin^2\theta}$.

(1)求曲线 C_1,C_2 的直角坐标方程;

(2)曲线 C_1 和 C_2 的交点为 M,N,求以 MN 为直径的圆与 y 轴的交点坐标.

23. [选修 4 -5:不等式选讲](本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x)=|2x+1|+|x-1|$.

(1)求不等式 $f(x)\geqslant 3$ 的解集;

(2)若直线 $y=x+a$ 与 $y=f(x)$ 的图象所围成的多边形面积为 $\frac{9}{2}$,求实数 a 的值.

学而思 | 武汉分校