

# 2020-2021 学年度下期第二次诊断性试题

## 九年级数学

注意事项：

- 全卷分为 A 卷和 B 卷，A 卷满分 100 分，B 卷满分 50 分，全卷总分 150 分；考试时间 120 分钟。
- 请在答题卡上作答，答在试卷、草稿纸上无效。
- 在答题卡上作答时，考生需首先准确填写自己的姓名、准考证号，并用 2B 铅笔准确填涂好自己的准考证号，A 卷的第 I 卷为选择题，用 2B 铅笔填涂作答；其他题，请用黑色墨水签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。请按照题号在各题目对应的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效。
- 保持答题卡面清洁，不得折叠、污染、破损等。

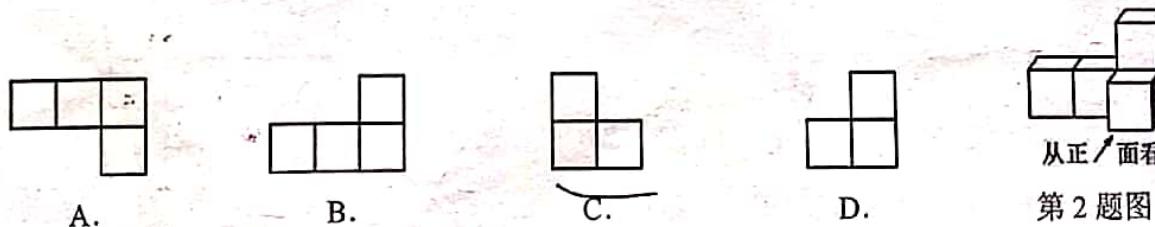
### A 卷（共 100 分）

#### 第 I 卷（选择题，共 30 分）

一. 选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题均有四个选项，其中只有一项符合题目要求，答案涂在答题卡上）。

1. 在  $-3, 3, 0, -1$  四个数中，最小的数是（ ）  
A. ~~-3~~      B. 3      C. 0      D.  $-1$

2. 右图是一个由 5 个相同的正方体组成的立体图形，它的左视图是（ ）



第 2 题图

3. 新冠肺炎疫情期间，全国各地约 42000 名医护人员驰援湖北。将数据 42000 用科学记数法表示为（ ）

- A.  $4.2 \times 10^5$       B. ~~4.2~~  $\times 10^4$       C.  $4.2 \times 10^3$       D.  $42 \times 10^3$

4. 下列运算正确的是（ ）

- A.  $a^2 \cdot a^5 = a^{10}$       B.  $(a-2)^2 = a^2 - 4$       C.  $a^6 \div a^2 = a^3$       D.  $(-a^2)^4 = a^8$



5. 下列命题中是真命题的是 ( )

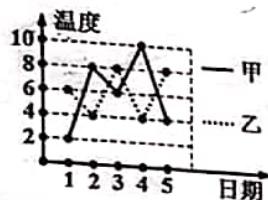
- A. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形
- B. 对角线互相垂直且平分的四边形是菱形
- C. 一个角为  $90^\circ$  且一组邻边相等的四边形是正方形
- D. 对角线互相垂直且相等的四边形是矩形

6. 若点  $A(x_1, -5)$ ,  $B(x_2, 2)$ ,  $C(x_3, 5)$  都在反比例函数  $y = \frac{10}{x}$  的图象上，则 ( )

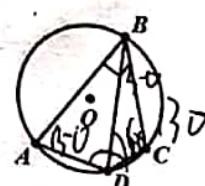
- A.  $x_1 < x_2 < x_3$
- B.  $x_2 < x_3 < x_1$
- C.  $x_3 < x_1 < x_2$
- D.  $x_1 < x_3 < x_2$

7. 甲、乙两地今年 4 月前 5 天的日平均气温如图所示，则下列说法错误的是 ( )

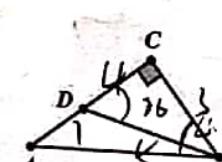
- A. 两地日平均气温的平均数相同
- B. 甲地日平均气温的中位数是  $6^\circ\text{C}$
- C. 乙地日平均气温的众数是  $4^\circ\text{C}$
- D. 乙地日平均气温相对比较稳定



第 7 题图



第 8 题图



第 9 题图

8. 如图，四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ，若  $\widehat{AC}=\widehat{BC}$ ,  $\angle BDC=50^\circ$ ，则  $\angle ADC$  的度数是 ( )

- A.  $125^\circ$
- B.  $130^\circ$
- C.  $135^\circ$
- D.  $140^\circ$

9. 如图， $D$  为  $\text{Rt}\triangle ABC$  的  $AC$  边上一点， $\angle DBC=\angle A$ ,  $AC=4$ ,  $\cos A=\frac{4}{5}$ , 则  $BD=$  ( )

- A.  $\frac{15}{4}$
- B.  $\frac{12}{5}$
- C.  $\frac{9}{4}$
- D. 4

10. 已知抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ,  $c > 1$ ) 经过点  $(2, 0)$ ，其对称轴是直线  $x=\frac{1}{2}$ 。下面结论：①  $abc > 0$ ; ②  $a-b+c=0$ ; ③  $a < -\frac{1}{2}$ ，其中正确结论有 ( ) 个

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

## 第 II 卷 (非选择题, 共 70 分)

### 二. 填空题 (本大题 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

11. 分解因式:  $2a^2-18=$

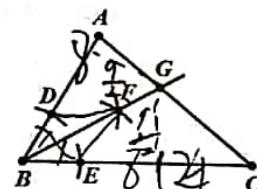


12. 若一个多边形的内角和是外角和的两倍，则该多边形的边数是 6.

13. 关于  $x$  的方程  $x^2 - (2k+1)x + k^2 + 2k = 0$  有两个实数根，则  $k$  的取值范围是  $k < \frac{1}{4}$ .

14. 如图，在  $\triangle ABC$  中，按以下步骤作图：①以点  $B$  为圆心，任意长为半径作弧，分别交  $AB, BC$  于点  $D, E$ . ②分别以点  $D, E$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}DE$  的长为

半径作弧，两弧交于点  $F$ . ③作射线  $BF$  交  $AC$  于点  $G$ . 若  $AB=8$ ,  $BC=12$ ,  $\triangle ABG$  的面积为 18，则  $\triangle CBG$  面积为 27.



第 14 题图

三. 解答题 (本大题共 6 个小题, 满分 54 分)

15. (本题满分 12 分, 每小题 6 分)

$$\begin{array}{r} 12 \\ 8 \\ \hline 3 \\ 3+18 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ 54 \\ \hline 27 \end{array}$$

(1) 计算:  $\sqrt[3]{8} + |1 - \sqrt{2}| - 2 \sin 45^\circ + 2021^0$ ; (2) 解不等式组:  $\begin{cases} \frac{1}{2}x + 1 < 7 - \frac{3}{2}x & \dots ① \\ \frac{3x-2}{3} \geq \frac{x}{3} + \frac{x-4}{4} & \dots ② \end{cases}$

$$\begin{array}{r} 2x-3 \\ 2x-3 \\ \hline 4 \\ 4 \\ \hline 14-3 \\ 11 \\ \hline 3a \end{array}$$

$$x+2 < 14-3 \\ x+2 < 11 \\ x < 9$$

$$\begin{array}{r} 2x-3 \\ 2x-3 \\ \hline 4 \\ 4 \\ \hline 14-3 \\ 11 \\ \hline 3a \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x-3 \\ 2x-3 \\ \hline 4 \\ 4 \\ \hline 14-3 \\ 11 \\ \hline 3a \end{array}$$

16. (本题满分 6 分)

先化简, 再求值:  $(1 - \frac{1}{x+2}) \div \frac{x^2 - 1}{x+2}$ , 其中  $x = \sqrt{2} + 1$ .

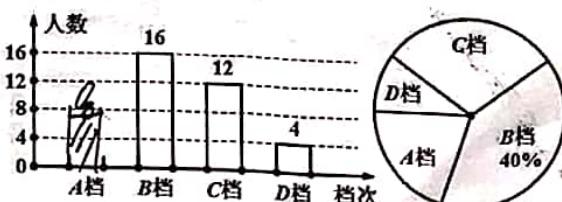
$$\begin{array}{r} 12 \\ 2 \\ \hline 6 \end{array}$$

17. (本题满分 8 分)

在 4 月 23 日“世界读书日”来临之际, 某校为了了解学生的课外阅读情况, 从全校随机抽取了部分学生, 调查了他们平均每周的课外阅读时间  $t$  (单位: 小时). 把调查结果分为四档,  $A$  档:  $t < 8$ ;  $B$  档:  $8 \leq t < 9$ ;  $C$  档:  $9 \leq t < 10$ ;  $D$  档:  $t \geq 10$ . 根据调查情况, 绘制了如图所示的两幅不完整统计图. 根据图中信息解答问题:

(1) 本次调查的学生共有 40; 扇形统计图中,  $C$  档对应的圆心角度数为 108; 请将条形统计图补充完整;

(2) 学校要从  $D$  档的 4 名学生中随机抽取 2 名作读书经验分享, 已知这 4 名学生中 1 名来自七年级, 1 名来自八年级, 2 名来自九年级, 请用列表或画树状图的方法, 求抽到的 2 名学生来自不同年级的概率.



18. (本题满分 8 分)

24.7

143 - ~~241~~ 如图, 某楼房  $AB$  顶部有一根垂直于地平面的 5G 信号塔  $BE$ , 为了测量信号塔的高度, 在地平面上点  $C$  处测得信号塔顶端  $E$  的仰角为  $55^\circ$ , 从点  $C$  向点  $A$  方向前进 5 米到点  $D$ , 从点  $D$  测得信号塔底端  $B$  的仰角为  $40^\circ$ , 已知楼房的高度  $AB$  为 25 米.

求信号塔  $BE$  的高度 (结果精确到 0.1 米).

3476

143

(参考数据  $\sin 55^\circ \approx 0.82$ ,  $\cos 55^\circ \approx 0.57$ ,  $\tan 55^\circ \approx 1.43$ ,

$\sin 40^\circ \approx 0.64$ ,  $\cos 40^\circ \approx 0.77$ ,  $\tan 40^\circ \approx 0.84$ )

10428  
3904 348

19. (本题满分 10 分)

点  $C(6, a)$ , 点  $N$  在反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象上,

且在点  $C$  的左侧, 过点  $N$  作  $y$  轴的平行线交直线  $AB$  于点  $Q$ .

(1) 求直线  $AB$  和反比例函数的表达式.

(2) 若  $\triangle ANQ$  面积为  $\frac{15}{4}$ , 求点  $N$  的坐标.

$(4, \frac{15}{4})$   
 $(4, \frac{15}{4}) (3, 2)$

$12 =$

20. (本题满分 10 分)

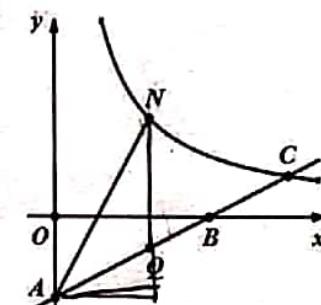
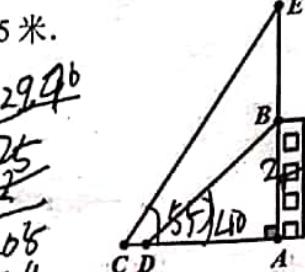
如图, 点  $C$  在以  $AB$  为直径的  $\odot O$  上,  $BD$  平分  $\angle ABC$  交  $\odot O$  于点  $D$ , 过  $D$  作  $BC$  的垂线, 垂足为  $E$ .

(1) 求证:  $DE$  与  $\odot O$  相切;

(2) 若  $AB=6$ ,  $\tan A=\sqrt{2}$ , 求  $BE$  的长;

(3) 线段  $\frac{AB^2}{4}$ ,  $BE^2$ ,  $CE^2$  之间有何数量关系?

写出你的结论并证明.



## B 卷 (50 分)

### 一. 填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

21. 若  $a+b=3$ ,  $a^2+b^2=7$ , 则  $ab=\underline{N}$ .

$$\frac{1}{25} \times 5$$

$$\frac{9}{8} \times \frac{81}{25}$$

22. 关于  $x$  的一元二次方程  $(a-1)x^2 - 2x + a^2 - 1 = 0$  有一个根为  $x=0$ , 则  $a=\underline{A}$ .

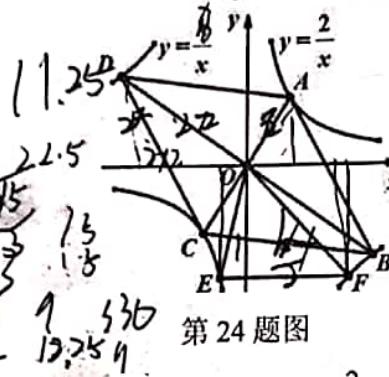
$$-2x+$$

$$\frac{1}{15} \times 18$$

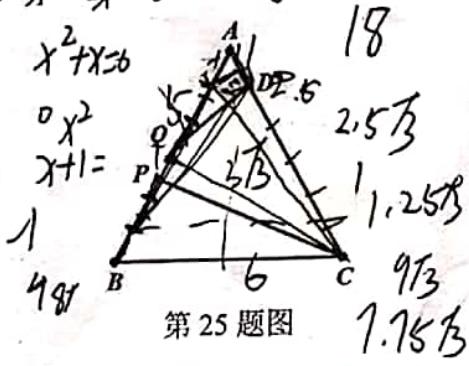
23. 如图, 在半径为  $3\sqrt{2}$  的  $\odot O$  中,  $AB$  是直径,  $AC$  是弦,  $D$  是  $\widehat{AC}$  的中点,  $AC$  与  $BD$  交于点  $E$ . 若  $E$  是  $BD$  的中点, 则  $AC$  的长是  $\underline{2\sqrt{5}}$ .



第 23 题图



第 24 题图



第 25 题图

24. 如图, 菱形  $ABCD$  的四个顶点分别在双曲线  $y=\frac{2}{x}$  和  $y=\frac{k}{x}$  上, 且对角线相交于原点  $O$ ,

$BD=2AC$ . 平行于  $x$  轴的直线与两双曲线分别交于点  $E$ ,  $F$ , 则  $\triangle OEF$  的面积为  $\underline{5}$ .

25. 如图, 在边长为 6 的等边  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  在边  $AC$  上,  $AD=1$ , 线段  $PQ$  在边  $AB$  上运动,

$PQ=1$ , 则四边形  $PCDQ$  面积的最大值为  $\underline{1.75}$  四边形  $PCDQ$  周长的最小值为  $\underline{1.5\sqrt{3}}$ .

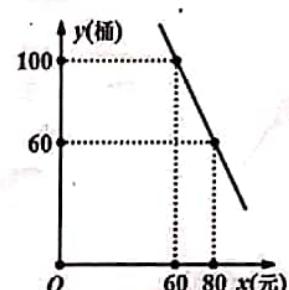
### 二. 解答题 (本大题有 3 个小题, 共 30 分)

26. (本题满分 8 分)

因疫情防控需要, 消毒用品需求量增加. 某药店新进一批桶装消毒液, 每桶进价 50 元, 每天销售量  $y$  (桶) 与销售单价  $x$  (元) 之间满足一次函数关系, 其图象如图所示.

(1) 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式;  $y=\underline{-2x+120}$

(2) 每桶消毒液的销售价定为多少元时, 药店每天获得的利润最大? 最大利润是多少元?



80 1800



27. (本题满分 10 分)

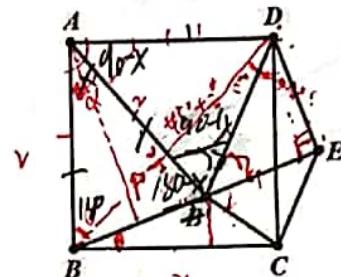
将正方形  $ABCD$  的边  $AB$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) 至  $AB'$ , 连接  $BB'$ , 过点  $D$  作直线  $BB'$  的垂线, 垂足为点  $E$ , 连接  $DB'$ ,  $CE$ .

(1) 求证:  $\triangle DEB'$  是等腰直角三角形;

(2) 求  $\frac{BB'}{CE}$  的值;

(3) 当四边形  $CEDB'$  是平行四边形时, 请直接写出  $\frac{BE}{B'E}$  的值及  $\sin \alpha$  的值.

1-23



$$140^\circ - 90^\circ = 50^\circ$$

$$\frac{210}{2}$$

$$135$$

1-23

28. (本题满分 12 分)

如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线  $y = ax^2 + bx - 3$  过点  $A(-3, 0)$ ,  $B(1, 0)$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ , 顶点为点  $D$ , 连接  $AC$ ,  $BC$ .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在直线  $CD$  上是否存在点  $P$ , 使  $\angle PBC = \angle BCQ$ ?

若存在, 求出点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3) 若点  $M$  为抛物线对称轴  $l$  上一点, 点  $N$  为抛物线上一点, 当直线  $AC$  垂直平分线段  $MN$  时, 请直接写出点  $M$  和点  $N$  的坐标.

