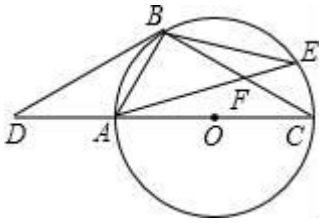
20．如图，点 D 是⊙O 的直径 CA 延长线上一点，点 B 在⊙O 上，且 $AB=AD=AO$.

（1）求证：BD 是⊙O 的切线；

（2）若点 E 是劣弧 BC 上一点，AE 与 BC 相交于点 F，且△BEF 的面积为 8，$\cos\angle BFA=\frac{2}{3}$，求△$ACF$ 的面积.



20．（1）证明：连接 BO，

方法一：∵$AB=AD$

∴$\angle D=\angle ABD$

∵$AB=AO$

∴$\angle ABO=\angle AOB$

又在△OBD 中，$\angle D+\angle DOB+\angle ABO+\angle ABD=180°$

∴$\angle OBD=90°$，即 $BD\perp BO$

∴BD 是⊙O 的切线；

方法二：∵$AB=AO$，$BO=AO$

∴$AB=AO=BO$

∴△ABO 为等边三角形

∴$\angle BAO=\angle ABO=60°$

∵$AB=AD$

∴$\angle D=\angle ABD$

又$\angle D+\angle ABD=\angle BAO=60°$

∴$\angle ABD=30°$

∴$\angle OBD=\angle ABD+\angle ABO=90°$，即 $BD\perp BO$

∴BD 是⊙O 的切线；

方法三：∵$AB=AD=AO$

∴点 O、B、D 在以 OD 为直径的⊙A 上

∴$\angle OBD=90°$，即 $BD\perp BO$

∴*BD*是⊙*O*的切线；

（2）解：∵∠*C*=∠*E*，∠*CAF*=∠*EBF*

∴△*ACF*∽△*BEF*

∵*AC*是⊙*O*的直径

∴∠*ABC*=90°

在Rt△*BFA*中，$\cos\angle BFA=\frac{BF}{AF}=\frac{2}{3}$

∴$\frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle ACF}}=(\frac{BF}{AF})^2=\frac{4}{9}$

又∵$S_{\triangle BEF}$=8

∴$S_{\triangle ACF}$=18.

