武汉三中 2020 分配生数学测试题

测试时间：120 分钟　分值：120 分

一、选择题（每题 3 分，共 30 分在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 若 $\frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$ 有意义，则字母 x 的取值范围是(　　)

A．x≥1　　B．x≠2　　C．x≥1 且 x＝2　　D．x≥-1 且 x≠2

2. 当 $x=-3$ 时，多项式 $ax^3+bx+x=3$. 那么当 $x=3$ 时，它的值是（　　）

A．-3　　B．-5　　C．7　　D．-17

3. 如果一个三角形的三边 a 、b 、c，满足 $ab+bc=b^2+ac$，那么这个三角形一定是（　）

A．等边三角形　　B．等腰三角形　　C．不等边三角形　　D．直角三角形

4. 九年级 2 班甲、乙两个小组的 14 名同学身高（单位：厘米）如下：

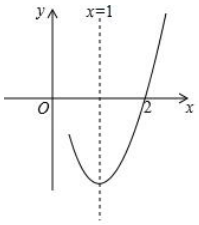
甲组	158	159	160	160	160	161	169
乙组	158	159	160	161	161	163	165

以下叙述错误的是（　　）

A．甲组同学身高的众数是 160　　B．乙组同学身高的中位数是 161

C．甲组同学身高的平均数是 161　　D．两组相比，乙组同学身高的方差大

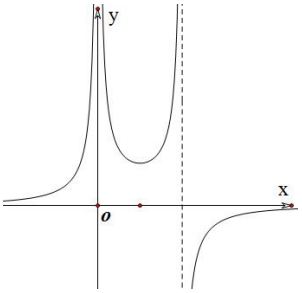
5. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）与 x 轴的一个交点坐标为（2，0），对称轴是直线 $x=1$，其图象的一部分如图所示，对于下列说法：其中正确的是（　　）



①抛物线过原点；　②$a-b+c<0$；　③$2a+b+c=0$；　④抛物线顶点为（1，$\frac{b}{2}$）；

⑤当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而增大；

A．①②③　　B．①③④　　C．①④⑤　　D．③④⑤



6. 化简：$\sqrt{6-3\sqrt{3}}+\sqrt{6+3\sqrt{3}}$ 的结果是（ ）

A．6　　B．$\sqrt{6}$　　C．$3\sqrt{3}$　　D．$3\sqrt{2}$

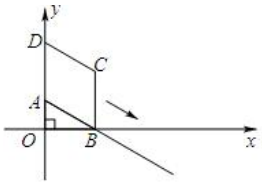
7. 小雨利用几何画板探究函数 $y=\frac{a}{(x-b)\cdot|x-c|}$ 图象，在他输入一组 a，b，c 的值之后，得到了如图所示的函数图象，根据学习函数的经验，可以判断，小雨输入的参数值满足(　　)

A．$a>0$，$b>0$，$c=0$　　B．$a<0$，$b>0$，$c=0$　　C．$a>0$，$b=0$，$c=0$　　D．$a<0$，$b=0$，$c>0$

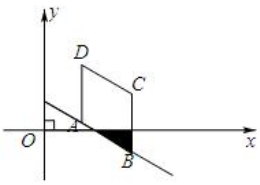
8. 已知 $abc=1$，$a+b+c=2$，$a^2+b^2+c^2=3$，则 $\frac{1}{ab+c-1}+\frac{1}{bc+a-1}+\frac{1}{ca+b-1}$ 的值为（　　）

A．-1　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．2　　D．$-\frac{2}{3}$

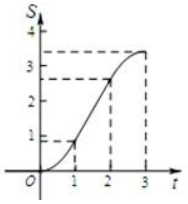
9. 如图，在直角坐标系 xoy 中，已知 A（0，1），B（$\sqrt{3}$，0），以线段 AB 为边向上作菱形 $ABCD$，且点 D 在 y 轴上．若菱形 $ABCD$ 以每秒 2 个单位长度的速度沿射线 AB 滑行，直至顶点 D 落在 x 轴上时停止．设菱形落在 x 轴下方部分的面积为 S，则表示 S 与滑行时间 t 的函数关系的图象为（　　）

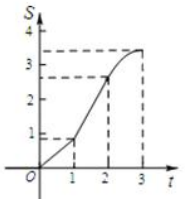


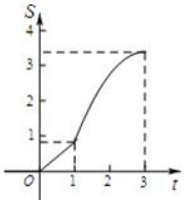
图（1）

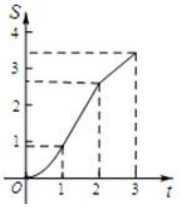


图（2）

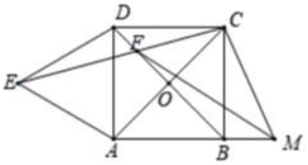
A.


B.


C.


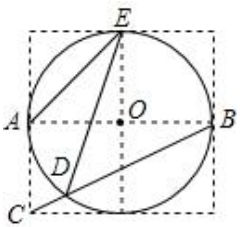
D.


10. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC、BD 相交于点 O，以 AD 为边向外作等边 $\triangle ADE$, $AE=\sqrt{6}$，连接 CE, 交 BD 于 F, 若点 M 为 AB 的延长线上一点，连接 CM，连接 FM 且 FM 平分 $\angle AMC$，下列选项正确的有(　　)



① $DF=\sqrt{3}-1$；　② $S_{\triangle AEC}=\frac{3\left(1+\sqrt{3}\right)}{2}$；

③ $\angle AMC=60°$；　④ $CM+AM=\sqrt{2}MF$



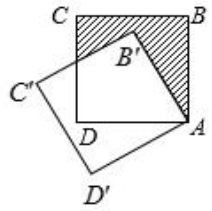
A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

二、填空题（每题 3 分，共 18 分）

11. 如图，点 O 为边长为 2 的正方形的中心，⊙O 半径为 1，则∠AED 的正切值为_____.

12. 已知 $\sqrt{2+\frac{2}{3}}=2\sqrt{\frac{2}{3}}$，$\sqrt{3+\frac{3}{8}}=3\sqrt{\frac{3}{8}}$，$\sqrt{4+\frac{4}{15}}=4\sqrt{\frac{4}{15}}$，…，若 $\sqrt{9+\frac{a}{b}}=9\sqrt{\frac{a}{b}}$（$a$，$b$ 均为实数），则根据以上规律 $\sqrt{ab}$ 的值为_____.

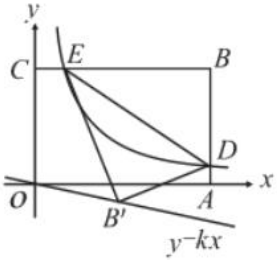
13. 如图，边长为 1 的正方形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转 30°到正方形 $AB'C'D'$，图中阴影部分的面积为_____.



14. 若数 a 使关于 x 的不等式组 $\begin{cases}\frac{3x+6}{2}<x+2\\ 2(x-a),\ x+4\end{cases}$ 的解集为 $x<-2$，且使关于 y 的分式方程 $\frac{1-y}{y+1}-\frac{a}{y+1}=-3$ 的解为负数，则符合条件的所有整数 a 有_____个。

15. 已知一列数的和 $x_1+x_2+\cdots+x_{2019}=\frac{1}{2}\times(1+2+\cdots+2019)$，$|x_1-3x_2+1|=|x_2-3x_3+2|=\cdots=|x_{2018}-3x_{2019}+2018|=|x_{2019}-3x_1+2019|$，则 $x_1-2x_2-3x_3$=_____.

16. 如图，平面直角坐标系 xoy 中，矩形 $OABC$ 的边 OA、OC 分别落在 x、y 轴上，点 B 坐标为 $(6,4)$，反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象与 AB 边交于点 D，与 BC 边交于点 E，连结 DE，将 ΔBDE 沿 DE 翻折到 $\Delta B'DE$ 处，点 B' 恰好落在正比例函数 $y=kx$ 图象上，则 k 的值是_____.



三、解答题（本大题共 8 小题，共 72 分）

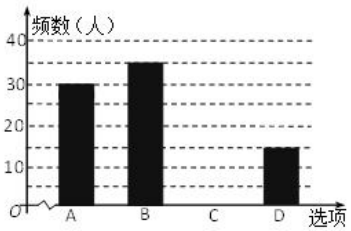
17.（本小题 8 分）

（1）已知 $\frac{x}{x^2-x+1}=\frac{1}{4}$，求 $x+\frac{1}{x}$ 的值.

（2）若 $\frac{yz}{bz+cy}=\frac{zx}{cx+az}=\frac{xy}{ay+bx}=\frac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2}$，$x\neq0$，$y\neq0$，$z\neq0$，且 $abc=7$，求 xyz 的值.

18.（本小题 8 分）鸡年春节前夕，海春中学向全校 3000 名学生发出“减少空气污染，少放烟花炮竹”倡议书，春节后随机抽取 100 名学生进行问卷调查，问卷选项有四项：A．自己没有燃放烟花炮竹；B．在规定时间和规定地点少量燃放烟花炮竹；C．随意燃放烟花炮竹；D．不仅自己不燃放同时劝阻身边亲友不燃放烟花炮竹. 并将调查结果绘制成如下两幅统计图表（不完整），请根据图表，回答以下问题：

类别	频数	频率
A	a	m
B	35	0.35
C	20	0.20
D	b	n
合计	100	1.00

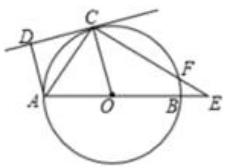


（1）表格中 a=_____，b=_____，并补全条形统计图；

（2）如果绘制扇形统计图，请求出 C 类所占的圆心角的度数；

（3）根据抽样结果，请估计全校“自己没有燃放烟花炮竹”和“不仅自己不燃放同时劝阻身边亲友不燃放烟花炮竹”的学生共有多少名？

19.（本小题 8 分）如图，已知 AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，CD 是⊙O 的切线，



AD⊥CD 于点 D．E 是 AB 延长线上一点，CE 交⊙O 于点 F，连结 OC，AC．

（1）求证：AC 平分∠DAO．

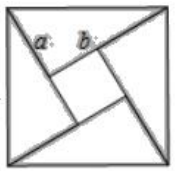
（2）若∠DAO=105°，∠E=30°．

①求∠OCE 的度数．

②若⊙O 的半径为$\sqrt{2}$，求线段 EF 的长．

20．（本小题 8 分）（问题情境）

我们知道若一个矩形是的周长固定，当相邻两边相等，即为正方形时，它的面积最大．反过来，若一个矩形的面积固定，它的周长是否会有最值呢？



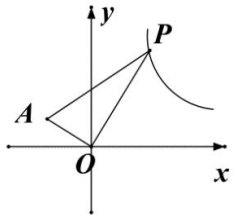
（探究方法）

用两个直角边分别为a，b的 4 个全等的直角三角形可以拼成一个正方形。若a b，可以拼成如图所示的正方形，从而得到$a^2+b^2>4\times\frac{1}{2}ab$，即$a^2+b^2>2ab$；当$a=b$时，中间小正方形收缩为 1 个点，此时正方形的面积等于 4 个直角三角形面积的和.即$a^2+b^2=4\left(\frac{1}{2}ab\right)=2ab$．于是我们可以得到结论：$a$，$b$为正数，总有$a^2+b^2\geq 2ab$，当且仅当$a=b$时，代数式$a^2+b^2$取得最小值$2ab$．另外，我们也可以通过代数式运算得到类似上面的结论：

$\because (a-b)^2\geq 0$，$\therefore a^2-2ab+b^2\geq 0$，$a^2+b^2\geq 2ab$，∴对于任意实数$a$，$b$总有$a^2+b^2\geq 2ab$，且当$a=b$时，代数式$a^2+b^2$取最小值$2ab$．同理，对于正数$a$，$b$，总有$\boldsymbol{a+b\geq 2\sqrt{ab}}$，当且仅当$a=b$时等号成立．

（类比应用）

利用上面所得到的结论完成填空



（1）当$x>0$时，代数式$x+\frac{4}{x}$有最_____值为_____．

（2）当$x>1$时，代数式$x+\frac{6}{x-1}$有最_____值为_____．

（3）如图，已知 P 是反比例函数$y=\frac{4}{x}(x>0)$图象上任意一动点，$O(0,0)$，$A(-1,1)$，试求$S_{\triangle POA}$的最小面积．

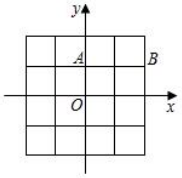
21．（本小题 8 分）已知，关于 x 的二次函数 y=ax² - 2ax（a>0）的顶点为 C，与 x 轴交于点 O、A，关于 x 的一次函数 y= - ax（a>0）．

（1）试说明点 C 在一次函数的图象上；

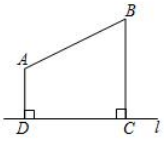
（2）若两个点（k，y_1）、（k+2，y_2）（k≠0，±2）都在二次函数的图象上，是否存在整数 k，满足$\frac{1}{y_1}+\frac{1}{y_2}=\frac{1}{6a}$？如果存在，请求出 k 的值；如果不存在，请说明理由；

（3）若点 E 是二次函数图象上一动点，E 点的横坐标是 n，且 - 1≤n≤1，过点 E 作 y 轴的平行线，与一次函数图象交于点 F，求线段 EF 的最大值．

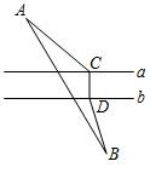
22．（本小题 10 分）对称变换和平移变换在平面几何中有着广泛的应用，特别是在解决有关最值问题时，更是我们常用的思维方法，请你利用所学知识解决下列问题：



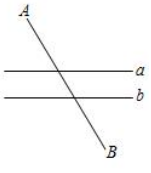
图①



图②



图③



备用图

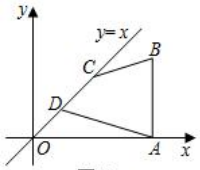
（1）如图①，在平面直角坐标系中，已知点 A（0，1），点 B（2，1），点 P 在 x 轴上运动，当 PA+PB 的值最小时，点 P 的坐标是_____；（请直接写出答案）

（2）如图②，AD⊥l 于点 D，BC⊥l 于点 C，且 AD=2，AB=BC=4，当点 P 在直线 l 上运动时，PA+PB 的最小值是_____；（请直接写出答案）

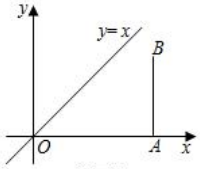
（3）如图③，直线 a∥b，且 a 与 b 之间的距离为 1，点 A 到直线 a 的距离为 2，点 B 到直线 b 的距离为 2，且 AB=$\sqrt{34}$，问：在直线 a 上是否存在点 C，在直线 b 上是否存在点 D，使得 CD⊥a，且 AC+CD+DB 的值最小？若存

在，请求出 *AC+CD+DB* 的最小值；若不存在，请说明理由.

（4）如图④，在平面直角坐标系中，*A*（6，0），*B*（6，4），线段 *CD* 在直线 *y*=*x* 上运动，且 *CD*=$2\sqrt{2}$，则四边形 *ABCD* 周长的最小值是_____，此时点 *D* 的坐标为_____.（请直接写出答案）

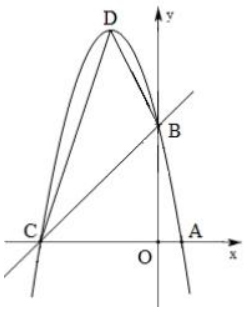


图④



备用图

23. （本小题 10 分）已知：p、q是方程$x^2-6x+5=0$的两个实数根，且$p<q$，抛物线$y=-x^2+bx+c$的图像经过点$A(p,0)$、$B(0,q)$.



（1）求这个抛物线的解析式；

（2）设（1）中抛物线与x轴的另一交点为C，抛物线的顶点为D，试求出点C、D的坐标和$\triangle BCD$的面积；

（3）*P* 是线段OC上的一点，过点 *P* 作$PH\perp x$轴，与抛物线交于 *H* 点，若直线BC把$\triangle PCH$分成面积之比为2:3的两部分，请直接写出 *P* 点的坐标_____；

（4）若点M在直线CB上，点N在平面上，直线CB上是否存在点M，使以点C、点D、点M、点N为顶点的四边形为菱形？若存在，请直接写出点M的坐标；若不存在，请说明理由.

24. （本小题 12 分）如图 1，平面直角坐标系 *xoy* 中，*A*（−4，3），反比例函数$y=\frac{k}{x}(k<0)$的图象分别交矩形 *ABOC* 的两边 *AC*，*BC* 于 *E*，*F*（*E*，*F* 不与 *A* 重合），沿着 *EF* 将矩形 *ABOC* 折叠使 *A*，*D* 重合.

（1）①如图 2，当点 *D* 恰好在矩形 *ABOC* 的对角线 *BC* 上时，求 *CE* 的长；

②若折叠后点 *D* 落在矩形 *ABOC* 内（不包括边界），求线段 *CE* 长度的取值范围.

（2）若折叠后，△*ABD* 是等腰三角形，请直接写出此时点 *D* 的坐标.

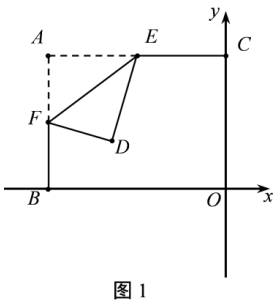


图 1

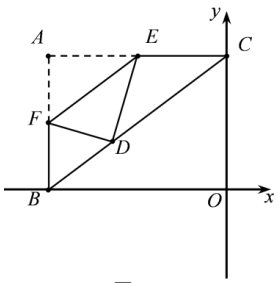


图 2