2021年四川成都成华区初三二模数学试卷(详解)

一、选择题

（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1. 在-3，3，0，-1四个数中，最小的数是（ ）．

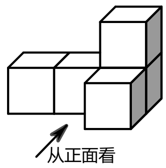
A. -3　　B. 3　　C. 0　　D. -1

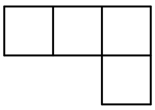
【答案】A

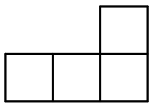
【解析】由题意得：$-3<-1<0<3$，故最小的数是-3．

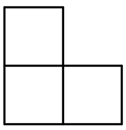
故选A．

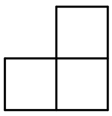
2. 下图是一个由5个相同的正方体组成的立体图形，它的左视图是（ ）．



A. 

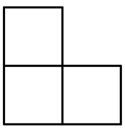
B. 

C. 

D. 

【答案】C

【解析】

由图可知，左视图为  ，故C正确．

故选C．

3. 新冠肺炎疫情期间，全国各地约42000名医护人员驰援湖北．将数据42000用科学记数法表示为（ ）．

A. 4.2×10^{5} B. 4.2×10^{4} C. 4.2×10^{3} D. 42×10^{3}

【答案】B

【解析】由$42000=4.2\times10^{4}$可得：B选项正确．

故选B．

4. 下列运算正确的是(　　)

A. $a^{2}\cdot a^{5}=a^{10}$

B. $(a-2)^{2}=a^{2}-4$

C. $a^{6}\div a^{2}=a^{3}$

D. $\left(-a^{2}\right)^{4}=a^{8}$

【答案】D

【解析】解：A、$a^{2}\cdot a^{5}=a^{7}$，故选项错误；

B、$(a-2)^{2}=a^{2}-4a+4$，故选项错误；

C、$a^{6}\div a^{2}=a^{4}$，故选项错误；

D、$\left(-a^{2}\right)^{4}=a^{8}$，故选项正确；

故选：D．

5. 下列命题中是真命题的是（　）．

A. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

B. 对角线互相垂直且平分的四边形是菱形

C. 一个角为90°且一组邻边相等的四边形是正方形

D. 对角线互相垂直且相等的四边形是矩形

【答案】B

【解析】A 选项：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，故A错误；

B 选项：对角线互相垂直且平分的四边形是菱形，故B正确；

C 选项：一个角为90°且一组邻边相等的平行四边形是正方形，故C错误；

D 选项：对角线互相平分且相等的四边形是矩形，故D错误．

故选 B .

6. 若点$A(x_{1},-5)$，$B(x_{2},2)$，$C(x_{3},5)$都在反比例函数$y=\dfrac{10}{x}$图象上，则（　）．

A. $x_1 < x_2 < x_3$　　B. $x_2 < x_3 < x_1$　　C. $x_3 < x_1 < x_2$　　D. $x_1 < x_3 < x_2$

【答案】D

【解析】由题可知:

$x_1 = \dfrac{10}{-5} = -2$,

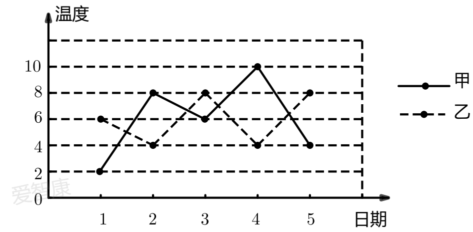
$x_2 = \dfrac{10}{2} = 5$,

$x_3 = \dfrac{10}{5} = 2$,

故$x_1 < x_3 < x_2$，故D项正确.

故选D.

7. 甲、乙两地今年4月前5天的日平均气温如图所示，则下列说法错误的是（ ）.



A. 两地日平均气温的平均数相同　　B. 甲地日平均气温的中位数是$6^\circ\mathrm{C}$

C. 乙地日平均气温的众数是$4^\circ\mathrm{C}$　　D. 乙地日平均气温相对比较稳定

【答案】C

【解析】A 选项：甲地日平均气温的平均数为$\dfrac{1}{5}(2+8+6+10+14)=6^\circ\mathrm{C}$,

乙地日平均气温的平均数为$\dfrac{1}{5}(6+4+8+4+8)=6^\circ\mathrm{C}$,

故A项正确;

B 选项：由图可知：甲地气温按高低排列为$2^\circ\mathrm{C}$、$4^\circ\mathrm{C}$、$6^\circ\mathrm{C}$、$8^\circ\mathrm{C}$、$10^\circ\mathrm{C}$，故中位数为$6^\circ\mathrm{C}$

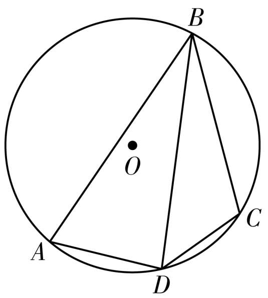
，B选项正确;

C 选项：由图可知：乙地日平均气温的众数为$4^\circ\mathrm{C}$和$8^\circ\mathrm{C}$，故C选项错误;

D 选项：由图可知：乙地日平均气温波动较小，即气温相对比较稳定，故D选项正确;

故选 C .

8. 如图，四边形$ABCD$内接于$\odot O$，连接BD．若$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC}$，$\angle BDC = 50^\circ$，则$\angle ADC$的度数是(　　)



A. 125°　　B. 130°　　C. 135°　　D. 140°

【答案】B

【解析】解：连接OA，OB，OC，

$\because \angle BDC = 50^{\circ}$，

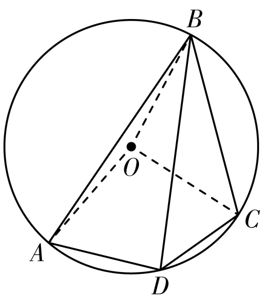
$\therefore \angle BOC = 2\angle BDC = 100^{\circ}$，

$\because \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC}$，

$\therefore \angle BOC = \angle AOC = 100^{\circ}$，

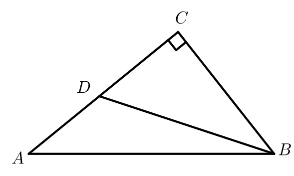
$\therefore \angle ABC = \dfrac{1}{2}\angle AOC = 50^{\circ}$，

$\therefore \angle ADC = 180^{\circ} - \angle ABC = 130^{\circ}$．



故选：B．

9. 如图，D为$\mathrm{Rt}\triangle ABC$的AC边上一点，$\angle DBC = \angle A$，$AC = 4$，$\cos A = \dfrac{4}{5}$，则$BD =$（　）．



A. $\dfrac{15}{4}$　　B. $\dfrac{12}{5}$　　C. $\dfrac{9}{4}$　　D. 4

【答案】A

【解析】$\because$在$\mathrm{Rt}\triangle ACB$中，$\angle C = 90^{\circ}$，$AC = 4$，

$\therefore \cos A = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{4}{AB}$，

$\because \cos A=\dfrac{4}{5}$，

$\therefore AB=5$，

$\because BC^2+AC^2=AB^2$，

$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

$\because \angle DBC=\angle A$，

$\therefore \cos\angle DBC=\cos A=\dfrac{4}{5}$，

$\because$在$\mathrm{Rt}\triangle DCB$中，$\angle C=90^\circ$，$BC=3$，

$\therefore \cos\angle DBC=\dfrac{BC}{BD}=\dfrac{4}{5}$，

$\therefore BD=\dfrac{BC}{\cos\angle DBC}=\dfrac{1}{\frac{4}{5}}=\dfrac{15}{4}$，

故选A．

10. 已知抛物线$y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$，$c>1$）经过点$(2,0)$，其对称轴是直线$x=\dfrac{1}{2}$，下面结论：①$abc>0$；②$a-b+c=0$；③$a<-\dfrac{1}{2}$，其中正确结论有（　）个

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

【答案】C

【解析】$\because$抛物线的对称轴为直线$x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{1}{2}>0$，

$\therefore b=-a$，$ab<0$，

又$\because c>1>0$，

$\therefore abc<0$，①错误；

$\because$抛物线$y=ax^2+bx+c(a\neq 0,c>1)$经过点$(2,0)$，

由抛物线的对称性可知抛物线经过点$(-1,0)$，

$\therefore a-b+c=0$，②正确；

$\therefore c=b-a=-2a$.

$\because c>1$，即$-2a>1$，解得$a<-\dfrac{1}{2}$，③正确.

$\therefore$正确的结论是②③，一共2个.

故选C．

二、填空题

（本大题共4小题，每小题4分，共16分）

11. 分解因式：$2a^2-18=$ ______ .

【答案】$2(a+3)(a-3)$

【解析】解：$2a^2-18=2\left(a^2-9\right)$

$=2(a+3)(a-3)$.

故答案为：$2(a+3)(a-3)$.

【踩分点】

12. 若一个多边形的内角和是外角和的两倍，则该多边形的边数是 ______ .

【答案】6

【解析】设该多边形的边数为n，

根据题意，得，$(n-2)\cdot 180^\circ=720^\circ$，

解得：$n=6$.

故这个多边形的边数为6.

故答案为：6.

【踩分点】

13. 已知关于x的一元二次方程$x^2-(2k+1)x+2k=0$有两个实数根，则实数k的取值范围是 ______ .

【答案】任意实数

【解析】由于关于x的一元二次方程$x^2-(2k+1)x+2k=0$有两个实数根，

可知$\Delta>0$，据此进行判定即可，

$\because x^2-(2k+1)x+2k=0$有两个实数根，

$\therefore \Delta>0$，

即$\Delta=b^2-4ac$

$=[-(2k+1)]^2-4\times 1\times 2k$

$=4k^2+4k+1-8k$

$=4k^2-4k+1$，

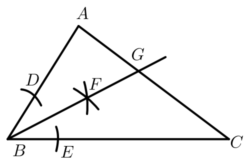
$4k^2-4k+1=(2k-1)^2\geqslant 0$，

$\therefore k$取任意实数$4k^2-4k+1=(2k-1)^2\geqslant 0$都成立，

故k取任意实数是正确答案．

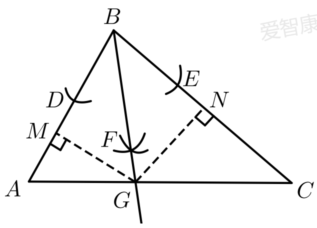
【踩分点】

14. 如图，在$\triangle ABC$中，按以下步骤作图：①以点B为圆心，任意长为半径作弧，分别交AB，BC于点D，E．②分别以点D，E为圆心，大于$\frac{1}{2}DE$的长为半径作弧，两弧交于点F．③作射线BF交AC于点G．若$AB=8$，$BC=12$，$\triangle ABG$的面积为18，则$\triangle CBG$面积为 ______ ．



【答案】27

【解析】如图，过点G作$GM\perp AB$于点M，$GN\perp AC$于点N，



根据作图过程可知BG是$\angle ABC$的平分线，

$\therefore GM=GN$，

$\because\triangle ABG$的面积为18，

$\therefore\frac{1}{2}\times AB\times GM=18$，

$\therefore 4GM=18$，

$\therefore GM=\frac{9}{2}$，

$\therefore\triangle CBG$的面积为：

$\frac{1}{2}\times BC\times GN=\frac{1}{2}\times 12\times\frac{9}{2}=27$．

故答案为：27．

【踩分点】

三、解答题

（本大题共6小题，共54分）

15. 请解答下列各题：

（1）计算：$\sqrt[3]{8}+\left|1-\sqrt{2}\right|-2\sin 45^{\circ}+2021^{0}$．

（2）解不等式组：$\begin{cases}\dfrac{1}{2}x+1<7-\dfrac{3}{2}x\\ \dfrac{3x-2}{3}\geqslant\dfrac{x}{3}+\dfrac{x-4}{4}\end{cases}$．

【答案】（1）2．

（2）$-\dfrac{4}{5}<x<3$．

【解析】（1）原式$=2+\sqrt{2}-1-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1$

$=2+\sqrt{2}-1-\sqrt{2}+1$

$=2$．

（2）$\begin{cases}\dfrac{1}{2}x+1<7-\dfrac{3}{2}x① \\ \dfrac{3x-2}{3}\geqslant\dfrac{x}{3}+\dfrac{x-4}{4}②\end{cases}$

由①得：$\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}x<6$，

$2x<6$，

$x<3$，

由②得：$12x-8\geqslant 4x+3x-12$，

$12x-4x-3x>-12+8$

$5x>-4$

$x>-\dfrac{4}{5}$．

∴不等式组解集为$-\dfrac{4}{5}<x<3$．

【踩分点】

16. 先化简，再求值：$\left(1-\dfrac{1}{x+2}\right)\div\dfrac{x^2-1}{x+2}$，其中$x=\sqrt{2}+1$．

【答案】见解析

【解析】解：原式$=\left(\dfrac{x+2}{x+2}-\dfrac{1}{x+2}\right)\cdot\dfrac{x+2}{x^2-1}$

$=\dfrac{x+2-1}{x+2}\cdot\dfrac{x+2}{(x-1)(x+1)}$

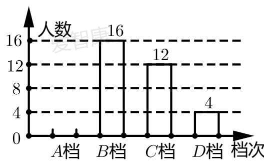
$=\dfrac{x+1}{x+2}\cdot\dfrac{x+2}{(x-1)(x+1)}$

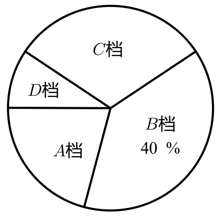
$= \dfrac{1}{x-1}$

当$x=\sqrt{2}+1$时，原式$=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1-1}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

【踩分点】

17. 在4月23日“世界读书日”来临之际，某校为了了解学生的课外阅读情况，从全校随机抽取了部分学生，调查了他们平均每周的课外阅读时间t（单位：小时），把调查结果分为四档，A档：$t<8$，B档：$8\leqslant t<9$，C档：$9\leqslant t<10$，D档：$t\geqslant 10$，根据调查情况，绘制了如图所示的两幅不完整统计图，根据图中信息解答问题．





（1）本次调查的学生共有 ______ 人；扇形统计图中，C档对应的圆心角度数为 ______； 请将条形统计图补充完整．

（2）学校要从D档的4名学生中随机抽取2名作读书经验分享，已知这4名学生中1名来自七年级，1名来自八年级，2名来自九年级，请用列表或画树状图的方法，求抽到的2名学生来自不同年级的概率．

【答案】（1）40，108°，画图见解析．

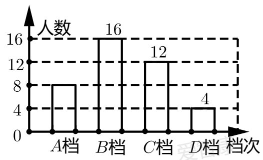
（2）画图见解析，$\dfrac{5}{6}$.

【解析】（1）本次调查的学生共有$16\div 40\%=40$（人）．

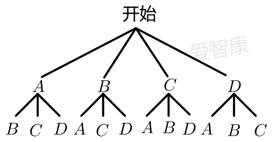
C档对应的圆心角度为$360\times\dfrac{12}{40}=108^\circ$，$108^\circ$

$40-16-12-4=8$（人），

$\therefore A$档有8人，补全统计图如图所示：



（2）用A表示七年级学生，用B表示八年级学生，用C和D分别表示九年级学生，画树状图如下，

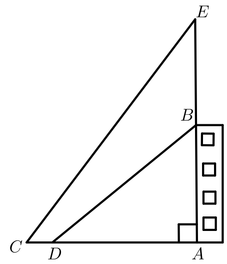


因为共有12种等可以的情况数，其中抽到的2名学生来自不同年级的有10种，

所以抽到的2名学生来自不同年级的概率是：$\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$．

【踩分点】

18. 如图，某楼房AB顶部有一根垂直于地平面的5G信号塔BE，为了测量信号塔的高度，在地平面上点C处测得信号塔顶端E的仰角为55°，从点C向点A方向前进5米到点D，从点D测得信号塔底端B的仰角为40°，已知楼房的高度AB为25米．求信号塔BE的高度（结果精确到0.1米）．（参考数据$\sin 55^\circ\approx 0.82$，$\cos 55^\circ\approx 0.57$，$\tan 55^\circ\approx 1.43$，$\sin 40^\circ\approx 0.64$，$\cos 40^\circ\approx 0.77$，$\tan 40^\circ\approx 0.84$）



【答案】24.7米．

【解析】由题意得$\angle C=55^\circ$，$\angle BDA=40^\circ$，$CD=5$米，$AB=25$米，

在Rt$\triangle ABD$中，

$\tan\angle BDA=\frac{AB}{AD}$，

$\therefore AD=\frac{AB}{\tan\angle BDA}=\frac{25}{\tan 40^\circ}$米，

$\therefore AC=AD+CD=\left(\frac{25}{\tan 40^\circ}+5\right)$米，

在Rt$\triangle ACE$中，

$\tan\angle C=\frac{AE}{AC}$，

$\therefore AE=AC\tan\angle C=\left(\frac{25}{\tan 40^\circ}+5\right)\cdot\tan 55^\circ$

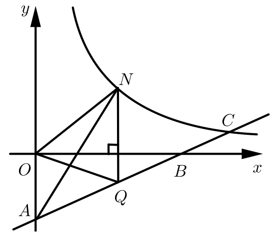
$\approx\left(\frac{25}{0.84}+5\right)\times 1.43$

≈ 49.7，

$\therefore BE=AE-AB=49.7-25=24.7$（米）．

【踩分点】

19. 如图，过点$A(0,-2)$，$B(4,0)$的直线与反比例函数$y=\dfrac{m}{x}(x>0)$的图象交于点$C(6,a)$，点N在反比例函数$y=\dfrac{m}{x}(x>0)$的图象上，且在点C的左侧，过点N作y轴的平行线交直线AB于点Q.



（1）求直线AB和反比例函数的表达式.

（2）若$\triangle ANQ$面积为$\dfrac{15}{4}$，求点N的坐标.

【答案】（1）$y=\dfrac{1}{2}x-2$，$y=\dfrac{6}{x}$.

（2）$(1,6)$或$(3,2)$.

【解析】（1）设直线AB的解析式为$y=k_1x+b$，

代入$A(0,-2)$，$B(4,0)$可得：

$\begin{cases}4k_1+b=0\\b=-2\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k_1=\dfrac{1}{2}\\b=-2\end{cases}$，

$\therefore$直线AB的解析式为：$y=\dfrac{1}{2}x-2$，

将$C(6,a)$代入$y=\dfrac{1}{2}x-2$中可得$\dfrac{1}{2}\times6-2=a$，

$a=1$，

$\therefore$点C的坐标为$(6,1)$，

$\because$点C在反比例函数$y=\dfrac{m}{x}$上，

$\therefore$代入可得：$m=xy=6\times1=6$，

$\therefore$反比例函数解析式为：$y=\dfrac{6}{x}$.

（2）由题可得：设点N的坐标为$\left(n,\dfrac{6}{n}\right)$，

$\because NQ//y$轴且点Q在直线AB上，

$\therefore$点Q的坐标为$\left(n,\dfrac{1}{2}n-2\right)$，

$\because S_{\triangle ANQ}=\dfrac{1}{2}\times(x_N-x_A)(y_N-y_Q)=\dfrac{15}{4}$，

$\therefore\dfrac{1}{2}\times(n-0)\times\left(\dfrac{6}{n}-\dfrac{1}{2}n+2\right)=\dfrac{15}{4}$，

$6-\dfrac{1}{2}n^2+2n=\dfrac{15}{2}$，

$n^2-4n+3=0$，

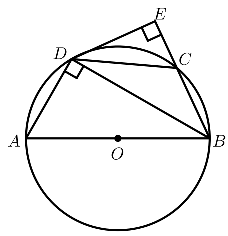
解得：$n_1=1$，$n_2=3$，

$\because$点N在点C的左侧，

$\therefore$代入可得，点N的坐标为$(1,6)$或$(3,2)$．

【踩分点】

20. 如图，点C在以AB为直径的$\odot O$上，BD平分$\angle ABC$交$\odot O$于点D，过D作BC的垂线，垂足为E．



（1）求证：DE与$\odot O$相切．

（2）若$AB=6$，$\tan A=\sqrt{2}$，求BE的长．

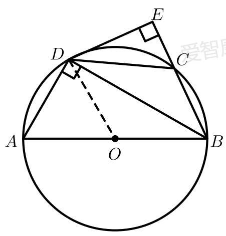
（3）线段AB，BE，CE之间有何数量关系？写出你的结论并证明．

【答案】（1）证明见解析．

（2）4．

（3）$AB=CE+BE$，证明见解析．

【解析】（1）连接OD，



$\because BD$为$\angle ABC$的角平分线，

$\therefore\angle OBD=\angle CBD$，

又$\because OB=OD$，

$\therefore\angle OBD=\angle ODB$，

故可得：$\angle CBD=\angle ODB$，

$\therefore OD//BC$，

$\therefore\angle ODE+\angle E=180^\circ$，

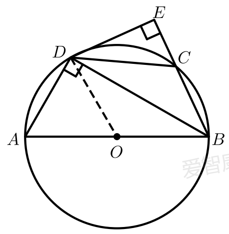
又$\because DE\perp BC$，

$\therefore \angle ODE=90^\circ$，

即$OD\perp DE$，

故DE为$\odot O$的切线．

（2）



$\because AB$为直径，

$\therefore \angle ADB=90^\circ$，

即$\angle E=\angle ADB$，

又$\because \angle CBD=\angle ABD$，

$\therefore 180^\circ-\angle E-\angle CBD=180^\circ-\angle ADB-\angle ABD$，

即$\angle EDB=\angle A$，

又由$\tan A=\dfrac{BD}{AD}=\sqrt{2}$，$AB=6$可得：

在$\mathrm{Rt}\triangle ADB$中，$BD^2+AD^2=AB^2$，

即$\left(\sqrt{2}AD\right)^2+AD^2=36$，

$AD=2\sqrt{3}$，

故$BD=2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}=2\sqrt{6}$，

又$\because \tan\angle EDB=\tan\angle A=\sqrt{2}=\dfrac{BE}{DE}$，

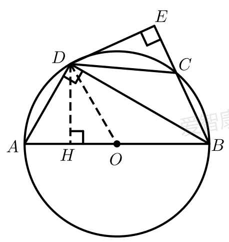
即在$\mathrm{Rt}\triangle EDB$中，$ED^2+BE^2=BD^2$，

$ED^2+\left(\sqrt{2}ED\right)^2=24$，

故$DE=2\sqrt{2}$，

$\therefore BE=\sqrt{2}DE=\sqrt{2}\cdot2\sqrt{2}=4$．

（3）过点D作$DH\perp AB$于点H，



$\because BD$平分$\angle ABC$，$DE\perp BE$，

$\therefore DH=DE$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BED$和$\mathrm{Rt}\triangle BHD$中

$$\begin{cases}DE=DH\\BD=BD'\end{cases}$$

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle BED\cong \mathrm{Rt}\triangle BHD(\mathrm{HL})$，

$\therefore BH=BE$，

又$\because \angle A+\angle DCB=180^\circ$，$\angle DCE+\angle DCB=180^\circ$，

$\therefore \angle A=\angle DCE$，

在$\triangle ADH$和$\triangle CDE$中

$$\begin{cases}\angle A=\angle DCE\\\angle DHA=\angle DEC=90^\circ,\\DH=DE\end{cases}$$

$\therefore \triangle ADH\cong\triangle CDE(\mathrm{AAS})$，

$\therefore AH=CE$，

又$\because AB=AH+BH=CE+BE$

即$AB=CE+BE$．

【踩分点】

四、填空题

（本大题共5小题，每小题4分，共20分）

21. 若$a+b=3$，$a^2+b^2=7$，则$ab=$ ______ .

【答案】1

【解析】$(a+b)^2=3^2=9$，

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=9$．

$\because a^2+b^2=7$，

$\therefore 2ab=2$，

$ab=1$，

故答案为：1．

【踩分点】

22. 已知关于x的一元二次方程$(a-1)x^2-2x+a^2-1=0$有一个根为$x=0$，则$a=$ ______ .

【答案】-1

【解析】把$x=0$代入$(a-1)x^2-2x+a^2-1=0$得$a^2-1=0$，解得$a=\pm1$，

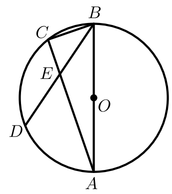
$\because a-1\neq0$，

$\therefore a=-1$．

故答案为-1．

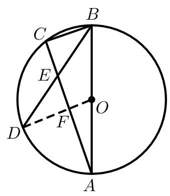
【踩分点】

23. 如图，在半径为$3\sqrt{2}$的$\odot O$中，AB是直径，AC是弦，D是$\overset{\frown}{AC}$的中点，AC与BD交于点E．若E是BD的中点，则AC的长是 ______ .



【答案】8

【解析】连接OD，交AC于点F，



$\because D$是$\overset{\frown}{AC}$的中点，

$\therefore OD\perp AC$，$AF=CF$，

$\therefore \angle DFE=90^\circ$，

$\because OA=OB$，$AF=CF$，

$\therefore OF=\dfrac{1}{2}BC$，

$\because AB$是直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$，

在$\triangle EFD$和$\triangle ECB$中，

$$\begin{cases}\angle DFE=\angle BCE-90^\circ\\ \angle DEF=\angle BEC\\ DE=BE\end{cases},$$

$\therefore \triangle EFD \cong \triangle ECB(\mathrm{AAS})$，

$\therefore DF = BC$，

$\therefore OF = \dfrac{1}{2}DF$，

$\because OD = R$，

$\therefore OF = \dfrac{R}{3}$，

$\therefore BC = \dfrac{2R}{3}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$AC^2 = AB^2 - BC^2$，

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{4R^2 - \dfrac{4R^2}{9}} = \dfrac{4\sqrt{2}}{3}R$，

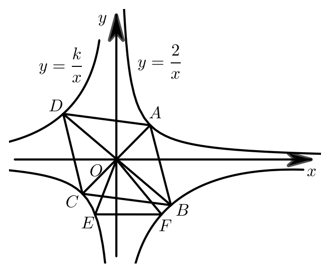
$\because R = 3\sqrt{2}$，

$\therefore AC = \dfrac{4\sqrt{2}}{3} \times 3\sqrt{2} = 8$．

故答案为：8．

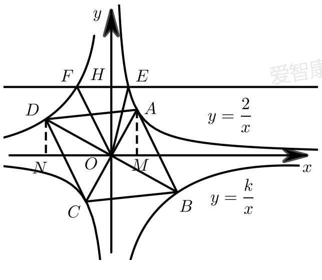
【踩分点】

24. 如图，菱形$ABCD$的四个顶点分别在双曲线$y=\dfrac{2}{x}$和$y=\dfrac{k}{x}$上，且对角线相交于原点O，$BD=2AC$．平行于x轴的直线与两双曲线分别交于点E，F，则$\triangle OEF$的面积为 ______ ．



【答案】9

【解析】过点A作$AM\perp x$轴于点M，过点D作$DN\perp x$轴于点N，设EF于y轴相交于点H，



$\because$四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore$菱形$ABCD$的对角线AC与BD垂直且互相平分，

即$AC\perp BD$，O是AC、BD的中点，

$\therefore AC = 2OA$，$BD = 2OD$，

$S_{\triangle ODN} = 4S_{\triangle AOM} = 4$，

而$S_{\triangle ODN} = \dfrac{|k|}{2} = 4$，

$\therefore k = \pm 8$，

$\because y = \dfrac{k}{x}(k < 0)$即$k = -8$，

$\because EF//x$轴，

$\therefore \triangle OHE$与$\triangle OHF$都是直角三角形，

$\therefore S_{\triangle OEF} = S_{\triangle OHE} + S_{\triangle OHF}$

$= \dfrac{1}{2} \times 2 \times 1 + \dfrac{1}{2} \times (-8) \times 1$

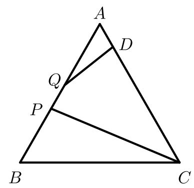
$= 1 + 8$

$= 9$．

故答案为：9．

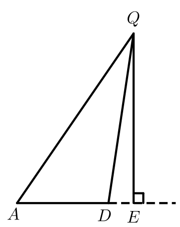
【踩分点】

25. 如图，在边长为6的等边$\triangle ABC$中，点D在边AC上，$AD = 1$，线段PQ在边AB上运动，$PQ = 1$，则四边形$PCDQ$面积的最大值为 ______；四边形$PCDQ$周长的最小值为 ______．



【答案】$\dfrac{31\sqrt{3}}{4}$；$\sqrt{39} + 6$

【解析】（1）如图，$\triangle ADQ$中，$\angle A = 60^\circ$，$QE \perp AD$交AD延长线于点E，



故$S_{\triangle ADQ} = \dfrac{1}{2}AD \cdot AQ \cdot \sin 60^\circ$

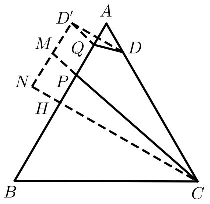
$= \dfrac{1}{2}AD \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}AQ$，

如下同理$\triangle BPC$的面积为：$\dfrac{1}{2}BP \cdot BC \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

故设$AQ=x$，

则$S_{四边形PCDQ}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AQD}-S_{\triangle BPC}$
$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{1}{2}(6-x-1)\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=9\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}x-\frac{15\sqrt{3}}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}x$
$=\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{5\sqrt{3}}{4}x$，
当$x=6-1=5$时，四边形$PCDQ$的面积最大，最大值为
$\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{5\sqrt{3}}{4}\times5=\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{25\sqrt{3}}{4}=\frac{31\sqrt{3}}{4}$.

（2）如图所示，作点D关于AB的对称点D'，连接$D'Q$，以$D'Q$、PQ为边作平行四边形$PQD'M$，



则$DQ=D'Q=MP$，$DD'=2\times AD\times\sin60^\circ=\sqrt{3}$，$D'M=PQ=1$，

过C作$CH\perp AB$，交$D'M$的延长线于N，则$\angle N=90^\circ$，$CH=BC\times\sin60^\circ=3\sqrt{3}$，

$NH=\frac{1}{2}DD'=\frac{1}{2}\sqrt{3}$，
$\therefore MN=AH-D'M-AD\times\cos60^\circ$
$=AC\times\cos30^\circ-1-\frac{1}{2}$
$=3-1-\frac{1}{2}$
$=\frac{3}{2}$，
$CN=NH+CH$
$=\frac{1}{2}\sqrt{3}+3\sqrt{3}$
$=\frac{7}{2}\sqrt{3}$，

当M，P，C在同一直线上时，$MP+CP$的最小值等于CM的长，即$DQ+CP$的最小值等于CM的长，

此时，$\mathrm{Rt}\triangle MNC$中，

$CM=\sqrt{MN^2+CN^2}$
$=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{7}{2}\sqrt{3}\right)^2}$

$=\sqrt{39}$，

又$\because PQ=1$，$CD=6-1=5$，

$\therefore$四边形$PCDQ$周长的最小值为 $\sqrt{39}+6$.

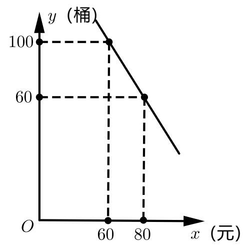
故答案为：$\sqrt{39}+6$.

【踩分点】

五、解答题

（本大题共3小题，共30分）

26. 因疫情防控需要，消毒用品需求量增加．某药店新进一批桶装消毒液，每桶进价50元，每天销售量y（桶）与销售单价x（元）之间满足一次函数关系，其图象如图所示．



（1）求y与x之间的函数关系式．

（2）每桶消毒液的销售价定为多少元时，药店每天获得的利润最大？最大利润是多少元？

【答案】（1）$y=-2x+220$.

（2）75元，1250元．

【解析】（1）设y与x之间的函数关系式为$y=kx+b$，

将$(60,100)$，$(80,60)$代入得，

$\begin{cases}60k+b=100\\80k+b=60\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-2\\b=220\end{cases}$，

$\therefore y=-2x+220$，

$\therefore y$与x之间的函数关系式为$y=-2x+220$.

（2）设利润为w元，

$w=(x-50)(-2x+200)$

$=-2(x-50)(x-100)$

$=-2(x-75)+1250$，

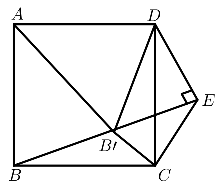
$\because -2<0$，

$\therefore$当$x=75$时，药店每天获得的利润最大，最大利润为1250元，

答：每桶消毒液的销售定价为75元时，药店每天获得的利润最大，最大利润为1250元．

【踩分点】

27. 将正方形$ABCD$的边AB绕点A逆时针旋转$a(0^\circ<a<90^\circ)$至AB'，连接BB'，过点D作直线BB'的垂线，垂足为点E，连接DB'，CE



（1）求证：$\triangle DEB'$是等腰直角三角形．

（2）求 $\dfrac{BB'}{CE}$ 的值．

（3）当四边形$CEDB'$是平行四边形时，请直接写出 $\dfrac{BE}{B'E}$ 值及$\sin a$的值．

【答案】（1）证明见解析．

（2）$\sqrt{2}$.

（3）$\dfrac{BE}{B'E}=3$；$\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$.

【解析】（1）$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AB=AD$，$\angle BAD=90^\circ$.

由旋转性质可知$AB'=AB$，

$\therefore AB=AB'=AD$，

$\therefore \angle ABB'=\angle AB'B$，$\angle AB'D=\angle ADB'$，

$\therefore \angle AB'B=\dfrac{180^\circ-\angle BAB'}{2}$，

$\angle AB'D=\dfrac{180^\circ-\angle B'AD}{2}$.

$\therefore \angle AB'B+\angle AB'D=\dfrac{360^\circ-(\angle BAB'+\angle B'AD)}{2}$

$=\dfrac{360^\circ-\angle BAD}{2}=\dfrac{360^\circ-90^\circ}{2}=135^\circ$，

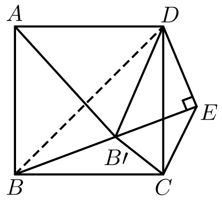
$\therefore \angle DB'E=180^\circ-(\angle AB'B+\angle AB'D)=45^\circ$.

$\because DE\perp BB'$，

$\therefore \angle E=90^\circ$，

$\therefore \triangle DEB'$是等腰直角三角形.

（2）连接BD,



$\because$四边形$ABCD$是正方形,

$\therefore CB = CD$, $\angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore \triangle CBD$是等腰直角三角形,

$\therefore \dfrac{BD}{CD} = \sqrt{2}$, $\angle BDC = 45^\circ$.

$\because \triangle DEB'$是等腰直角三角形,

$\therefore \dfrac{B'D}{DE} = \sqrt{2}$, $\angle B'DE = 45^\circ$,

$\therefore \angle BDC = \angle B'DE$, $\dfrac{BD}{CD} = \dfrac{B'D}{DE} = \sqrt{2}$,

$\therefore \angle BDC - \angle B'DC = \angle B'DE - \angle B'DC$,

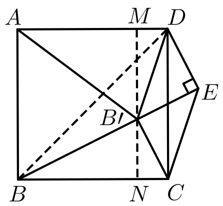
即$\angle BDB' = \angle CDE$.

$\because \dfrac{BD}{CD} = \dfrac{B'D}{DE} = \sqrt{2}$,

$\therefore \triangle BDB' \backsim \triangle CDE$,

$\therefore \dfrac{BB'}{CE} = \dfrac{BD}{CD} = \sqrt{2}$.

（3）连接BD，由(2)知，$\dfrac{BB'}{CE} = \sqrt{2}$,



$\therefore BB' = \sqrt{2}CE$,

$\because$四边形$CEDB'$是平行四边形,

$\therefore DB' = CE$, $CB' = DE$, $CB' // DE$.

$\because \triangle B'DE$是等腰直角三角形,

$\therefore DB' = \sqrt{2}B'E$,

$\therefore CE = \sqrt{2}B'E$,

$\therefore B'E = \dfrac{\sqrt{2}}{2}CE$,

$\therefore BE = BB' + B'E = \sqrt{2}CE + \frac{\sqrt{2}}{2}CE = \frac{3}{2}\sqrt{2}CE$，

$\therefore \frac{BE}{B'E} = \frac{\frac{3}{2}\sqrt{2}CE}{\frac{\sqrt{2}}{2}CE} = 3$.

设$B'E = a$，则$CE = B'D = \sqrt{2}CE = \sqrt{2}a$，$CB' = DE = B'E = a$，

$BE = 3B'E = 3a$，

$\therefore BB' = BE - B'E = 2a$.

$\because CB'//DE$，

$\therefore \angle CB'E = \angle DEB' = 90^\circ$，

$\therefore \angle BB'C = 180^\circ - \angle CB'E = 90^\circ$，

$\therefore BC = \sqrt{BB'^2 + B'C^2} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5}a$.

$\therefore AD = CD = AB = AB' = \sqrt{5}a$.

过B'作$B'N \perp BC$于N，延长NB'交AD于M，

$\therefore$四边形$MNCD$为矩形，

$\therefore MN = CD = \sqrt{5}a$，$\angle B'MD = \angle B'MA = 90^\circ$，$MN//CD$.

$\because S_{\triangle BB'C} = \frac{1}{2}BB' \cdot B'C = \frac{1}{2}BC \cdot B'N$，

$\therefore B'N = \frac{BB' \cdot B'C}{BC} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{5}a} = \frac{2}{5}\sqrt{5}a$，

$\therefore MB' = MN - B'N = \sqrt{5}a - \frac{2}{5}\sqrt{5}a = \frac{3}{5}\sqrt{5}a$.

在$\mathrm{Rt}\triangle B'MD$中，

$MD = \sqrt{B'D^2 - MB'^2} = \sqrt{(\sqrt{2}a)^2 - \left(\frac{3}{5}\sqrt{5}a\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{5}a$，

$\therefore AM = AD - MD = \sqrt{5}a - \frac{\sqrt{5}}{5}a = \frac{4}{5}\sqrt{5}a$，

$\therefore \sin\angle AB'M = \frac{AM}{AB'} = \frac{\frac{4}{5}\sqrt{5}a}{\sqrt{5}a} = \frac{4}{5}$.

$\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AB//CD$，

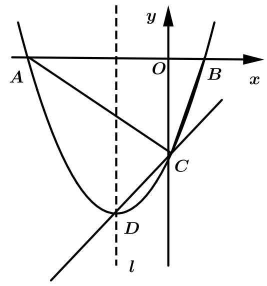
$\therefore AB//MN$，

$\therefore \angle\alpha = \angle BAB' = \angle AB'M$，

$\therefore \sin\alpha = \frac{4}{5}$.

【踩分点】

28. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线$y=ax^2+bx-3$过点$A(-3,0)$，$B(1,0)$，与y轴交于点C，顶点为点D，连接AC，BC.



（1）求抛物线的解析式.

（2）在直线CD上是否存在点P，使$\angle PBC=\angle BCO$？若存在，求出点P的坐标；若不存在，请说明理由.

（3）若点M为抛物线对称轴l上一点，点N为抛物线上一点，当直线AC垂直平分线段MN时，请直接写出点M和点N的坐标.

【答案】（1）$y=x^2+2x-3$.

（2）存在点P，P的坐标为$(1,-2)$和$(-5,-8)$.

（3）$M\left(-1,-\sqrt{2}-2\right)$，$N\left(\sqrt{2}-1,-2\right)$或$M\left(-1,\sqrt{2}-2\right)$，$N\left(-\sqrt{2}-1,-2\right)$.

【解析】（1）$\because y=ax^2+bx-3$过点$A(-3,0)$，$B(1,0)$，

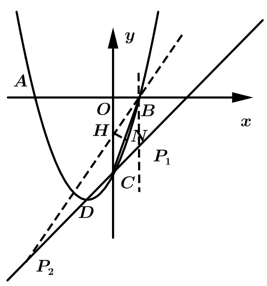
$\therefore \begin{cases}9a-3b-3=0\\a+b-3=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$，

$\therefore$抛物线的解析式为$y=x^2+2x-3$.

（2）存在.

如图，



$\because y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$，

$\therefore D(-1,-4)$，

当$x=0$时，$y=-3$，

$\therefore C(0,-3)$，

设直线CD的解析式为$y=k_1x+b_1$，

$\therefore\begin{cases}-k_1+b_1=-4\\b_1=-3\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k_1=1\\b_1=-3\end{cases}$，

$\therefore$直线CD的解析式为$y=x-3$.

当点P在点C右侧时，记为P_1，

$\because\angle P_1BC=\angle BCO$，

$\therefore BP_1//OC$，

$\because B(1,0)$，

$\therefore$点P_1的横坐标为1，

当$x=1$时，$y=1-3=-2$，

$\therefore P_1(1,-2)$，

当点P在点C左侧时，记为P_2，

设BP_2交y轴于点H，

$\because\angle P_2BC=\angle BCO$，

$\therefore HC=HB$，

设$OH=m$，则$HC=OC-OH=3-m$，

$\therefore HB=3-m$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BOH$中，$OH^2+OB^2=BH^2$，

$\therefore m^2+1^2=(3-m)^2$，解得$m=\frac{4}{3}$，

$\therefore H\left(0,-\frac{4}{3}\right)$，

设直线BH的解析式为$y=k_2x+b_2$，

$\therefore\begin{cases}k_2+b_2=0\\b_2=-\frac{4}{3}\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k_2=\frac{4}{3}\\b_2=-\frac{4}{3}\end{cases}$，

$\therefore$直线BH的解析式为$y=\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}$，

令$x-3=\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}$，解得$x=-5$，

当$x=-5$时，$y=-5-3=-8$，

$\therefore P_2(-5,-8)$

综上所述，存在点P，使$\angle PBC=\angle BCO$，满足条件的点P的坐标为$(1,-2)$和$(-5,-8)$．

（3）设$M(-1,m)$，$N\left(n,n^2+2n-3\right)$，

$\because A(-3,0)$，$C(0,-3)$，则$k_{AC}=\dfrac{-3}{3}=-1$，

$\because l_{MN}\perp l_{AC}$，

$\therefore k_{MN}=1$，

则$\dfrac{n^2+2n-3-m}{n+1}=1\Rightarrow n^2+n-4-m=0$，

且AC垂直平分MN，则MN的中点在直线AC上，

则中点坐标可得为：$\left(\dfrac{n-1}{2},\dfrac{n^2+2n-3+m}{2}\right)$，

且由A，C坐标可得$l_{AC}:y=-x-3$，

则$\dfrac{n^2+2n-3+m}{2}=-\dfrac{n-1}{2}-3\Rightarrow n^2+3n+m+2=0$，

联立$n^2+n-4-m=0$可得：$n=\sqrt{2}-1$或$n=-\sqrt{2}-1$，

则$m=-\sqrt{2}-2$或$m=\sqrt{2}-2$，

$\therefore M\left(-1,-\sqrt{2}-2\right)$，$N\left(\sqrt{2}-1,-2\right)$或$M\left(-1,\sqrt{2}-2\right)$，$N\left(-\sqrt{2}-1,-2\right)$．

【踩分点】