

进制与位值原理 (1)




知识要点屋


1. 初步了解进制

整数四则计算用的都是十进制，即“**满十进一**”


其他进制的一些例子：




两只袜子为一双，两只水桶为一对，这里使用的是二进制；




十二支铅笔为一打，十二个月算一年，这里使用的是十二进制；




六十秒是一分，六十分是一时，这里使用的是六十进制；



二十四小时为一天，这里使用的是二十四进制；



100平方分米等于1平方米，100平方厘米等于1平方分米，这里使用的是一百进制；



1000米等于1千米，1000克等于1千克，这里使用的是一千进制；……

2. 二进制

所谓二进制，就是只用0与1两个数字，在计数与计算时必须是“**满二进一**”。

十进制和二进制的对比列表如下：

十进制	二进制	十进制	二进制	十进制	二进制	十进制	二进制
1	1	5	101	9	1001	13	1101
2	10	6	110	10	1010	14	1110
3	11	7	111	11	1011	15	1111
4	100	8	1000	12	1100	16	10000

二进制的最大优点是：每个数的各个数位上只有两种状态—0 或 1。

还可以表示如：白与黑、虚与实、负与正、点与划、小与大、暗与亮(在计算机中主要用电压的高与低)等等手段加以表示。

二进制的不足：同一个数在二进制中要比在十进制中位数多得多。

3. 关于进位制需要注意的地方：

(1)数符问题

二进制数有 0, 1 两个数符，由低位向高位是“逢二进一”；

八进制数有 0, 1, 2, ……，7 八个数符，由低位向高位是“逢八进一”；

十六进制数有 0, 1, 2, ……，13, 14, 15 十六个数符，由低位向高位是“逢十六进一”；

n 进制数有 0, 1, 2, ……， $n-1$ 的 n 个数符，由低位向高位是“逢 n 进一”；

(2)进位制的表示方法

用 $a_{(n)}$ 表示 n 进制中的数

当 $n \geq 10$ → 从 10 到 $n-1$ 的这些数符可用专门记号来表示(一般情况下用大写英文字母)

比如，用 A 表示 10, B 表示 11, C 表示 12, D 表示 13, E 表示 14, F 表示 15 等等。

(3)十进制数有两个特征：

一是有十个不同的数符：0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9；

二是“逢十进一”的法则

(4)进位制的本质： n 进制逢 n 进一

4. 十进制数转化成 n 进制数：

除 n 取余法：除 n 倒取余

例如：把 1234 化成三进制数

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)1234} \\ 3 \overline{)411} \cdots \cdots \cdots \text{余} 1 \\ 3 \overline{)137} \cdots \cdots \cdots \text{余} 0 \\ 3 \overline{)45} \cdots \cdots \cdots \text{余} 2 \\ 3 \overline{)15} \cdots \cdots \cdots \text{余} 0 \\ 3 \overline{)5} \cdots \cdots \cdots \text{余} 0 \\ 3 \overline{)1} \cdots \cdots \cdots \text{余} 2 \\ 0 \cdots \cdots \cdots \text{余} 1 \end{array} \quad \uparrow$$

所以， $1234_{(10)} = 1200201_{(3)}$

十进制化 n 进制

【例 1】(★★★)

将下列十进制的数转化为 n 进制的数：

$$(37)_{10} = (\quad)_2 \quad (242)_{10} = (\quad)_3$$

$$(156)_{10} = (\quad)_5 \quad (888)_{10} = (\quad)_8$$

5. n 进制数转化成十进制数 \rightarrow 位值原理

n 进制数化为十进制数：首先将 n 进制数按 n 的次幂形式展开，然后按十进制数相加即可得结果。

例如：1200201₍₃₎ 转化成十进制的数

$$1200201_{(3)} = 1 \times 3^6 + 2 \times 3^5 + 0 \times 3^4 + 0 \times 3^3 + 2 \times 3^2 + 0 \times 3^1 + 1 \times 3^0 = 1234_{(10)}$$

【例 2】(★★★)

把下列各数转化成十进制数：

(1)(463)₈;

(2)(2BA)₁₂;

(3)(5FC)₁₆;

(4)(101001)₂

n 进制中的计算

【例 3】(★★★★)

看看这些在十进制中很简单的计算题，在 n 进制中你还会用吗？

(1)(11000111)₂ - (10101)₂ \div (11)₂ = ()₂

(2)(63121)₈ - (1247)₈ - (16034)₈ - (26531)₈ - (1744)₈ = ()₈

(3)(3021)₄ + (605)₇ = ()₁₀

【例 4】(★★★★)

计算：(1)(101)₂ \times (1101)₂ \times (11)₂ ;

(2)(1001)₂ \times (1011)₂ \div (100001)₂ 。

n 进制互化

【例 5】(★★★★)

完成下列进制的转化

(1)(1100 1001 1011)₂ = ()₁₆;

(2)(9A5E)₁₆ = ()₂



知识总结树

1. n 进制数有 $0, 1, 2, \dots, n-1$ 的 n 个数符.
2. n 进制逢 n 进一
3. 超过10的 n 进制的数用大写的英文字母表示, 用 A 表示10, B 表示11, C 表示12, D 表示13, E 表示14, F 表示15等等。
4. 十进制数转化成 n 进制数: 除 n 取余法 \rightarrow 除 n 倒取余
5. n 进制数转化成十进制数 \rightarrow 位值原理
6. n 进制间的互化: 以十进制为桥梁