衔接点 01 十字相乘法因式分解的强化

【基础内容与方法】

二次三项式的概念

（1）多项式 ax^2+bx+c，称为字母___的二次三项式，其中___称为二次项，___为一次项，___为常数项.

例如：x^2-2x-3 和 x^2+5x+6 都是关于 x 的二次三项式.

（2）在多项式 $x^2-6xy+8y^2$ 中，如果___把看作常数，就是关于___的二次三项式；如果把___看作常数，就是关于___的二次三项式.

（3）在多项式 $2a^2b^2-7ab+3$ 中，把___看作一个整体，即___，就是关于___的二次三项式．同样，多项式 $(x+y)^2+7(x+y)+12$，把___看作一个整体，就是关于___的二次三项式.

类型一：对于二次项系数为 1 的二次三项式 $x^2+(p+q)x+pq=(x+p)(x+q)$

例 1：分解因式：x^2+5x+6.

例 2：分解因式：x^2-7x+6.

考点练习：分解因式

1. $x^2+14x+24$　　2. $a^2-15a+36$　　3. x^2+4x-5

4. $x^2+5x-24$　　5. x^2+x-2　　6. $y^2-2y-15$

7. $x^2-10x-24$　　8. $x^2+2x-24$

类型二：对于二次项系数不是 1 的二次三项式

$$\boxed{ax^2+bx+c=a_1a_2x^2+(a_1c_2+a_2c_1)x+c_1c_2=(a_1x+c_1)(a_2x+c_2)}$$

如：二次项系数不为 1 的二次三项式 ax^2+bx+c

条件：（1） $a=a_1a_2\ a_1\ c_1$

（2） $c=c_1c_2\ a_2\ c_2$

（3） $b=a_1c_2+a_2c_1\ b=a_1c_2+a_2c_1$

分解结果： $ax^2+bx+c=(a_1x+c_1)(a_2x+c_2)$

例 3：分解因式 $3x^2-11x+10$

考点练习：分解因式

1. $5x^2+7x-6$　　2. $3x^2-7x+2$　　3. $10x^2-17x+3$

4. $-6y^2+11y+10$　　5. $5x^2-17xy-12y$　　6. $15x^2+7xy-4y^2$

7. $\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{4}xy-\frac{5}{2}y^2$　　8. $2x^2-(2a+1)x+a$

9. $2(6x^2+x)-11(6x^2+x)+5$

类型三：十字相乘法的进阶

（一）换元法与十字相乘法综合

例 4：分解因式 $2x^4-x^3-6x^2-x+2$

考点练习：选用适当的方法分解因式

1. $6x^4+7x^3-36x^2-7x+6$　　2. $x^4+2x^3+x^2+1+2(x+x^2)$

3. $x^4-4x^3+x^2+4x+1$

（二）待定系数法

例 5：如果 x^3+ax^2+bx+8 有两个因式为 $x+1$ 和 $x+2$，求 $a+b$ 的值.

例 6：分解因式 $x^2+xy-6y^2+x+13y-6$.

考点练习：

1.选用适当的方法分解因式

（1） $x^2-3xy-10y^2+x+9y-2$；（2） $x^2+3xy+2y^2+5x+7y+6$.

2. 当 m 为何值时，多项式 $x^2-y^2+mx+5y-6$ 能分解因式，并分解此多项式.

3．已知： $x^2-2xy-3y^2+6x-14y+p$ 能分解成两个一次因式之积，求常数 p 并且分解因式.