

衔接点 02 公式法因式分解的拓展

【基础内容与方法】

因式分解的主要公式：

$$\text{平方差公式 } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2;$$

$$\text{完全平方和公式 } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$\text{完全平方差公式 } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$\text{补充：立方和公式 } a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2);$$

$$\text{立方差公式 } a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2);$$

$$\text{三元三次相关等式 } a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac).$$

类型一：平方差公式因式分解

1. 因式分解

$$(1) 8x^2y^2 - 18;$$

$$(2) 4a^2 - 16;$$

$$(3) (x^2 - 1)^2 + 8(1 - x^2).$$

类型二：完全平方公式因式分解

2. 分解因式：

$$(1) (y-1)^2 - 10(y-1) + 25;$$

$$(2) (x+2)(x+4) + 1;$$

$$(3) x^4 - 18x^2y^2 + 81y^4;$$

$$(4) (y^2 - 1)^2 - 6(y^2 - 1) + 9;$$

$$(5) 2a^3b - 4a^2b^2 + 2ab^3;$$

$$(6) (m^2 - 4m)^2 + 8(m^2 - 4m) + 16.$$

类型三：立方和与立方差公式因式分解

3. 分解因式：

$$(1) 1 + 27x^3;$$

$$(2) a^3 - 8b^3;$$

$$(3) m^6 - n^6;$$

$$(4) x^6 - 729y^6.$$

4. 分解因式：

$$(1) (b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3;$$

$$(2) (x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3.$$

类型四：与分解因式相关的计算

5. 已知实数 a, b, c 满足 $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=\frac{1}{10}$, 求 $a^4+b^4+c^4$ 的值.

6. 已知： $a=2008x+2007$, $b=2008x+2008$, $c=2008x+2009$, 求 $a^2+b^2+c^2 - ab - bc - ac$ 的值.