

衔接点 06 函数的最值及函数值的范围

【基础内容与方法】

主要根据函数的性质求函数的最值及函数值的范围，同时兼顾函数的图像，关注函数图像的最高点与最低点。

类型一：基本类型

例 1：已知函数 $y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 9$ 。

- (1) 抛物线的开口向_____、对称轴为直线_____、顶点坐标_____；
- (2) 当 $x =$ _____时，函数有最_____值，是_____；
- (3) 当 x _____时， y 随 x 的增大而增大；当 x _____时， y 随 x 的增大而减小；
- (4) 该函数图象可由 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 的图象经过怎样的平移得到的？

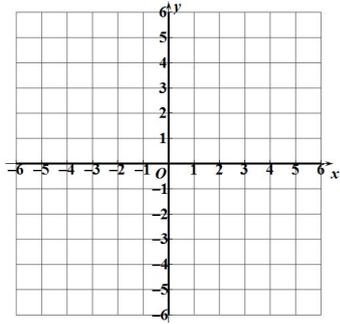
考点练习一

1. 已知二次函数 $f(x) = x^2 - 2x - 4$ 在区间 $[-2, a]$ 上的最小值为 -5 ，最大值为 4 ，则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(-2, 1)$ B. $(-2, 4]$ C. $[1, 4]$ D. $[1, +\infty)$

2. 二次函数图象上部分点的横坐标 x ，纵坐标 y 的对应值如下表：

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	5	0	-3	-4	-3	m	...

- (1) $m =$ _____；
- (2) 在图中画出这个二次函数的图象；



(3) 当 $y \geq 5$ 时, x 的取值范围是_____;

(4) 当 $-4 < x < 1$ 时, y 的取值范围是_____.

3. 已知点 $A(t, 1)$ 为函数 $y = ax^2 + bx + 4$ (a, b 为常数, 且 $a \neq 0$) 与 $y = x$ 图象的交点.

(1) 求 t ;

(2) 若函数 $y = ax^2 + bx + 4$ 的图象与 x 轴只有一个交点, 求 a, b ;

(3) 若 $1 \leq a \leq 2$, 设当 $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ 时, 函数 $y = ax^2 + bx + 4$ 的最大值为 m , 最小值为 n , 求 $m - n$ 的最小值.

类型二：最值问题的进阶

例 2: 设函数 $f(x) = |2x - 1| + |x + 1|$ 的最小值为 m , 求 m 的值.

考点练习二

4. 函数 $f(x)=x^2-2x+3$ 在闭区间 $[0,m]$ 上最大值为 3，最小值为 2，则 m 的取值范围为_____.

5. 已知函数 $f(x) = x(x-2a)$, $a \in R$

(1) 若 $f(x)$ 在 $[2, +\infty)$ 上是增函数，求 a 的取值范围；

(2) 若 $a=1$ ，求函数 $f(x)$ 在区间 $[0,m](m>0)$ 上的最大值 $g(m)$.

6. 已知函数 $f(x) = -x^2 + mx - m$

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $[-1,0]$ 上单调递减，求实数 m 的取值范围；

(2) 是否存在实数 m ，使得 $f(x)$ 在 $[2,3]$ 上的值域恰好是 $[2,3]$ ？若存在，求出实数 m 的值；若不存在，说明理由.