

衔接点 05 含绝对值函数的图象

【基础内容与方法】

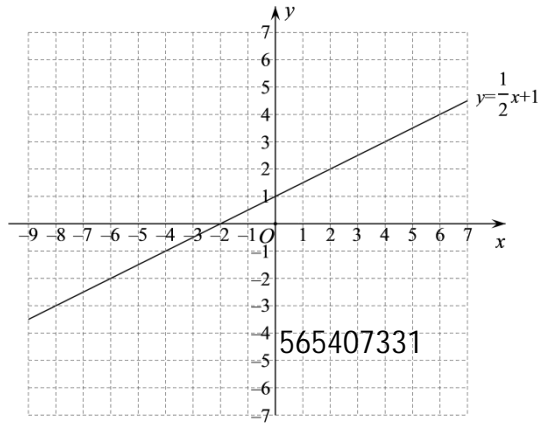
1. 绝对值在自变量上，则去掉函数 y 轴左边的图像，再把 y 轴右边的图像沿 y 轴翻折得到新的图像；
2. 绝对值在函数解析式上，把 x 轴下方的图像沿 x 轴翻折得到新的图像；
3. 同时，函数图像也遵循平移的原则。

类型一：含绝对值的一次函数

1. 已知函数 $y = k|x+2| + b$ 的图象经过点 $(-2, 4)$ 和 $(-6, -2)$ ，完成下面问题：

(1) 求函数 $y = k|x+2| + b$ 的表达式；

(2) 在给出的平面直角坐标系中，请用适当的方法画出这个函数的图象，并写出这个函数的一条性质；



(3) 已知函数 $y = \frac{1}{2}x+1$ 的图象如图所示，结合你所画出 $y = k|x+2| + b$ 的图象，直接写出 $k|x+2| + b > \frac{1}{2}x+1$ 的解集。

类型二：含绝对值的二次函数

(一) 绝对值在自变量上

2. 某班“数学兴趣小组”对函数 $y = -x^2 + 2|x| + 1$ 的图象和性质进行了探究，探究过程如下，请补充完整。



(1) 自变量 x 的取值范围是全体实数， x 与 y 的几组对应值列表如下：

x	...	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$	3	...
y	...	-2	$-\frac{1}{4}$	m	2	1	2	1	$-\frac{1}{4}$	-2	...

其中， $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

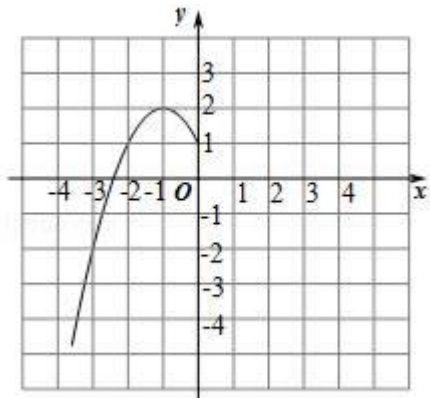
(2) 根据上表数据，在如图所示的平面直角坐标系中描点，画出了函数图象的一部分，请画出该函数图象的另一部分.

(3) 观察函数图象，写出两条函数的性质.

(4) 进一步探究函数图象发现：

① 方程 $-x^2 + 2|x| + 1 = 0$ 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个实数根；

② 关于 x 的方程 $-x^2 + 2|x| + 1 = a$ 有 4 个实数根时， a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



3. 写出函数 $f(x) = |x|^2 - 2|x| + 1$ 在什么范围内， y 随 x 的增大而增大， y 随 x 的增大而减小？



(二) 绝对值在解析式上

4. 探究函数 $y = |x^2 - 2x|$ 的图象与性质.

(1) 下表是 y 与 x 的几组对应值.

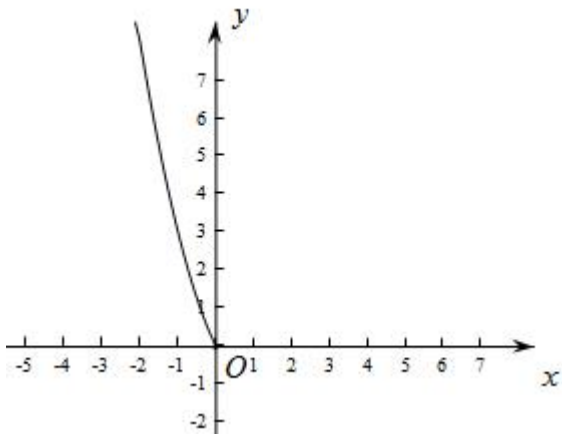
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	15	8	3	0	1	0	m	...

其中 m 的值为 _____;

(2) 根据上表数据, 在如图所示的平面直角坐标系中描点, 并已画出了函数图象的一部分, 请你画出该图象的另一部分;

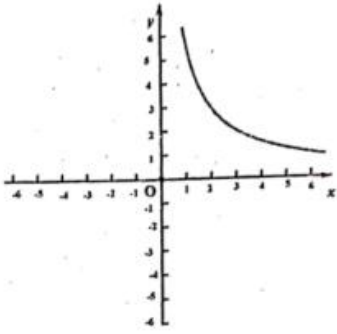
(3) 结合函数的图象, 写出该函数的一条性质: _____;

(4) 若关于 x 的方程 $|x^2 - 2x| - t = 0$ 有 2 个实数根, 则 t 的取值范围是 _____.



类型三: 含绝对值的反比例函数

5. 某班数学兴趣小组对函数 $y = \frac{6}{|x|}$ 的图象和性质将进行了探究, 探究过程如下, 请补充完整.



(1) 自变量 x 的取值范围是除 0 外的全体实数， x 与 y 的几组对应值列表如下：

x	...	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6	...
y	...	1	2	m	6	1	3	2	1	...

其中， $m =$ _____.

(2) 根据上表数据，在如图所示的平面直角坐标系中描点并画出了函数图象的一部分，请画出该函数图象的另一部分.

(3) 观察函数图象，写出一条函数性质.

(4) 进一步探究函数图象发现：

① 函数图象与 x 轴交点情况是 _____，所以对应方程 $\frac{6}{|x|} = 0$ 的实数根的情况是 _____.

② 方程 $\frac{6}{|x|} = 2$ 有 _____ 个实数根；

③ 关于 x 的方程 $\frac{6}{|x|} = a$ 有 2 个实数根， a 的取值范围是 _____.

6. 在学习函数时，我们经历了“确定函数的表达式利用函数图象研究其性质——运用函数解决问题”的学习过程，在画函数图象时，我们通过列表、描点、连线的方法画出了所学的函数图象。同时，我们也学习过

绝对值的意义 $|a| = \begin{cases} a(a \geq 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}$

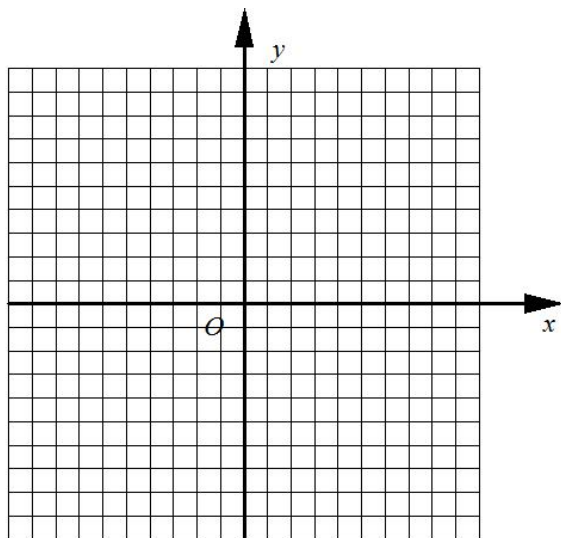
结合上面经历的学习过程，现在来解决下面的问题：

在函数 $y=|kx-1|+b$ 中，当 $x=0$ 时， $y=-2$ ；当 $x=1$ 时， $y=-3$ 。

(1)求这个函数的表达式；

(2)在给定的平面直角坐标系中，请直接画出此函数的图象并写出这个函数的两条性质；

(3)在图中作出函数 $y=-\frac{3}{x}$ 的图象，结合你所画的函数图象，直接写出不等式 $|kx-1|+b \leq -\frac{3}{x}$ 的解集。

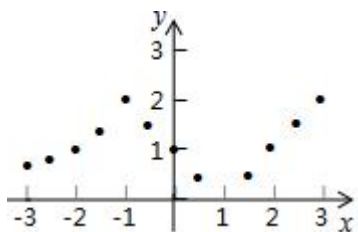


7. 若一个函数当自变量在不同范围内取值时，函数表达式不同，我们称这样的函数为分段函数。下面我们

参照学习函数的过程与方法，探究分段函数 $y = \begin{cases} \frac{2}{x} & (x \leq -1) \\ x & (x > 1) \end{cases}$ 的图象与性质。列表：

x	...	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	...
y	...	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	1	$\frac{4}{3}$	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	...

描点：在平面直角坐标系中，以自变量 x 的取值为横坐标，以相应的函数值 y 为纵坐标，描出相应的点，如图所示。



(1) 如图，在平面直角坐标系中，观察描出的这些点的分布，作出函数图象；

(2) 研究函数并结合图象与表格，回答下列问题：

① 点 $A(-5, y_1)$, $B(-\frac{7}{2}, y_2)$, $C(x_1, \frac{5}{2})$, $D(x_2, 6)$ 在函数图象上， y_1 _____ y_2 , x_1 _____ x_2 ; (填“>”, “=”或“<”)

② 当函数值 $y = 2$ 时，求自变量 x 的值；

③ 在直线 $x = -1$ 的右侧的函数图象上有两个不同的点 $P(x_3, y_3)$, $Q(x_4, y_4)$, 且 $y_3 = y_4$, 求 $x_3 + x_4$ 的值；

④ 若直线 $y = a$ 与函数图象有三个不同的交点，求 a 的取值范围。