衔接点 04 高次方程，根式方程和分式方程的解

【基础内容与方法】

高次方程主要指未知数指数大于等于 2 的方程，其解法主要是换元法和因式分解法，同时这里也会巩固韦达定理，进一步理解根与系数之间的关系．

类型一：解根式方程

例 1：求方程 $x-2\sqrt{x}-1=0$ 的解集.

考点练习一

1.解方程 $x^2+x+\sqrt{x^2+x+7}=5$．

类型二：解高次方程

例 2：$\left(x^2-x\right)^2-4\left(x^2-x\right)-12=0$.

考点练习二

2．求下列方程的解集

（1）$x^4-5x^2+4=0$；

（2）$\left(x^2-2x\right)^2+\left(x^2-2x\right)-6=0$；

（3）$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=120$.

类型三：解分式方程

例 3：$x^2-x-\dfrac{2}{x^2-x}=1$.

考点练习三

3．求下列方程的解集：

（1）$\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{1}{x}-1=0$；

（2）$\dfrac{(x-1)^2}{x^2}-\dfrac{x-1}{x}-2=0$；

（3）$\dfrac{x^2+2}{2x^2-1}-\dfrac{3\left(2x^2-1\right)}{x^2+2}=-2$.

类型四：韦达定理的应用

例 4：已知方程 $x^2-2\sqrt{2}x+1=0$ 的两根为 x_1 与 x_2，求下列各式的值：

（1）$x_1^2x_2+x_1x_2^2$；（2）$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$.

考点练习三

4．已知关于 x 的方程 $mx^2-(m-1)x-1=0$.

（1）求证：对于任意实数 m 方程总有实数根；

（2）若 x_1,x_2 是原方程的两根，且 $\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}=2x_1x_2+1$，求 m 的值.