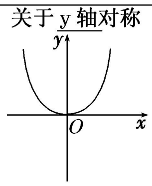
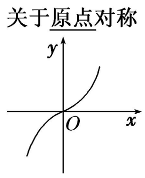
衔接点 10 从轴对称，中心对称到函数的奇偶性

【基础内容与方法】

1．轴对称的定义：把一个图形沿着某一条直线折叠，如果它能够与另一个图形重合，那么就说这两个图形关于这条直线（成轴）对称；

中心对称的定义：把一个图形绕着某一个点旋转 180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形．

2．知识简介

	偶函数	奇函数
定义	一般地，如果对于函数 $f(x)$的定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=f(x)$，那么函数 $f(x)$就叫做偶函数	一般地，如果对于函数 $f(x)$的定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，那么函数 $f(x)$就叫做奇函数
定义域	关于原点对称	
图象特征		

3．用定义法来判断函数奇偶性的方法步骤如下：

①判断函数 $f(x)$的定义域是否关于原点对称．若不对称，则函数 $f(x)$为非奇非偶函数，若对称，则进行下一步．

②验证．$f(-x)=-f(x)$或 $f(-x)=f(x)$．

③下结论．若 $f(-x)=-f(x)$，则 $f(x)$为奇函数；

若 $f(-x)=f(x)$，则 $f(x)$为偶函数；

若 $f(-x)\neq-f(x)$，且 $f(-x)\neq f(x)$，则 $f(x)$为非奇非偶函数．

类型一：依据奇偶函数的定义来进行函数的奇偶性

例 1：判断下列函数的奇偶性：

(1)$f(x)=x+1$；

(2)$f(x)=x^3+3x$，$x\in[-4,4)$；

(3)$f(x)=|x-2|-|x+2|$；

(4)$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2+1, & x>0,\\ -\frac{1}{2}x^2-1, & x<0.\end{cases}$

类型二：利用函数奇偶性的定义求参数

例 2： (1)若函数 $f(x)=ax^2+bx+3a+b$ 是偶函数，定义域为$[a-1,2a]$，则 $a=$________，$b=$________；

(2)已知函数 $f(x)=ax^2+2x$ 是奇函数，则实数 $a=$________.

考点练习：

1．函数 $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{|x+3|-3}$ 的奇偶性为（　　）

A.非奇非偶函数　　B.既是奇函数，又是偶函数

C.奇函数，不是偶函数　　D.偶函数，不是奇函数

2．设 f（x）是（－∞，+∞）上的奇函数，f（x+2）=－f（x），当 0≤x≤1 时，f（x）=x，则 f（7.5）等于（　　）

A.0.5　　B.－0.5　　C.1.5　　D.－1.5

3．已知 f（x）是奇函数，且 f（x+4）=f（x），又 f（1）=3，则 f（7）=______________.

4．已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+x, & x>0,\\ ax^2+x, & x<0\end{cases}$ 是奇函数，则 $a=$________.

5．判断下列函数的奇偶性.

(1)$f(x)=|x-2|+|x+2|$；　(2)$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x+4}{x}, & x>0,\\ -\dfrac{x^2-x+4}{x}, & x<0.\end{cases}$

6．作出函数 $y=-x^2+|x|+1$ 的图象，并求出函数的值域..

7．已知 $f(x)$为 **R** 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=-2x^2+3x+1$，求 $f(x)$的解析式.

8．已知 $f(x)$是 **R** 上的偶函数，当 $x\in(0，+\infty)$时，$f(x)=x^2+x-1$，求 $x\in(-\infty，0)$时，$f(x)$的解析式.