第十讲 等式的性质

【课程解读】

——小学初中课程解读——

小学课程	初中课程
小学数学中，了解等式的性质，能用等式的性质解简单的方程。	初中数学中，掌握等式的基本性质。

【知识衔接】

——小学知识回顾——

等式的性质 1: 等式两边加(或减)同一个数(或式子)，结果仍相等.

如果 a＝b，那么 a ± c＝b ± c.

等式的性质 2:等式两边乘同一个数，或除以同一个不为 0 的数，结果仍相等.

如果 a＝b，那么 ac＝bc，如果 a＝b(c≠0)，那么 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$

——初中知识链接——

1.方程的定义

（1）方程的定义：含有未知数的等式叫方程.

方程是含有未知数的等式，在这一概念中要抓住方程定义的两个要点①等式；②含有未知数.

（2）列方程的步骤：

①设出字母所表示的未知数；

②找出问题中的相等关系；

③列出含有未知数的等式----方程.

2.方程的解

（1）方程的解：解方程就是求出使方程中等号左右两边相等的未知数的值，这个值叫方程的解.

注意：方程的解和解方程是两个不同的概念，方程的解是指使方程两边相等的未知数的值，具有名词性．而解方程是求方程解的过程，具有动词性.

（2）规律方法总结：

无论是给出方程的解求其中字母系数，还有判断某数是否为方程的解，这两个方向的问题，一般都采用代入计算是方法.

3.一元一次方程的定义

（1）一元一次方程的定义

只含有一个未知数（元），且未知数的次数是 1，这样的方程叫一元一次方程.

通常形式是 ax+b=0（a，b 为常数，且 a≠0）．一元一次方程属于整式方程，即方程两边都是整式．一元指方程仅含有一个未知数，一次指未知数的次数为 1，且未知数的系数不为 0．我们将 ax+b=0（其中 x 是未知数，a、b 是已知数，并且 a≠0）叫一元一次方程的标准形式．这里 a 是未知数的系数，b 是常数，x 的次数必须是 1.

（2）一元一次方程定义的应用（如是否是一元一次方程，从而确定一些待定字母的值）

这类题目要严格按照定义中的几个关键词去分析，考虑问题需准确，全面．求方程中字母系数的值一般采用把方程的解代入计算的方法.

4.等式的性质

（1）等式的性质

性质 1、等式两边加同一个数（或式子）结果仍得等式；

性质 2、等式两边乘同一个数或除以一个不为零的数，结果仍得等式.

（2）利用等式的性质解方程

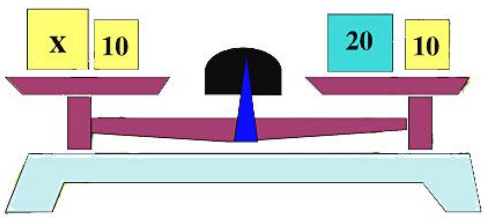
利用等式的性质对方程进行变形，使方程的形式向 x=a 的形式转化.

应用时要注意把握两关：

【经典题型】

小学经典题型

1．（2020·江苏省五年级单元测试）用等式表示天平平衡，正确的是（　）



A．x+10=30　　B．x－10=30　　C．x=30

2．（2020·江苏省五年级）等式两边都除以（　　）数，所得的结果仍然是等式。

A．任何　　B．同一个　　C．同一个不为 0 的

3．（2020·江苏省五年级单元测试）甲袋有 a 千克大米，乙袋有 b 千克大米。如果从甲袋倒出 8 千克大米装入乙袋，那么两袋大米同样重。下面（　　）不符合题意。

A．a－b＝8　　B．a－8＝b＋8　　C．a－b＝8×2

4．（2020·江苏省五年级）根据等式的性质在横线上填上合适的运算符号，在（　　）里填上合适的数。

（1）如果 x＋4＝17，那么 x＋4－4＝17－（_____）。

（2）如果 3x＝12，那么 3x＋3＝12____（_____）

（3）如果 15－x＝12，那么 15－x＋x＝12____（_____）。

5．（2020·江苏省五年级）解 1.7x＝8.5 时，给方程的两边同时（_____），得出 x＝（_____）。

初中经典题型

1．下列说法正确的是（　　）

A．如果 $a=b$，那么 $a+3=b-3$

B．如果 $a=b$，那么 $3a-1=2b-1$

C．如果 $a=b$，那么 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$

D．如果 $a=b$，那么 $ac=bc$

2．已知 $a=2b-1$，下列式子：①$a+2=2b+1$；②$\frac{a+1}{2}=b$；③$3a=6b-1$；④$a-2b-1=0$，其中一定成立的有（　　）

A．①②　　B．①②③　　C．①②④　　D．①②③④

3．已知 $ax=ay$，下列结论错误的是（　　）

A．$x=y$　　B．$b+ax=b+ay$　　C．$ax-x=ay-x$　　D．$\frac{ax}{\pi}=\frac{ay}{\pi}$

4．要将等式 $-\frac{1}{2}x=1$ 进行一次变形，得到 $x=-2$，下列做法正确的是（　）

A．等式两边同时加 $\frac{3}{2}x$　　B．等式两边同时乘以 2

C．等式两边同时除以 -2　　D．等式两边同时乘以 -2

5．下列方程的变形中，正确的是（　　）

A．若 $4x-1=3x+1$，则 $x=0$　　B．由 $5x=\frac{1}{3}$ 得 $x=\frac{5}{3}$

C．若 $5x+2=6x$，则 $x=2$　　D．由 $7x=x+8$ 得 $x=1$

6．运用等式的性质变形，正确的是（　　）

A．如果$a=b$，那么$a+c=b-c$　　B．如果$\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$，那么$a=b$

C．如果$a=b$，那么$\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$　　D．如果$a=3$那么$a^2=3a^2$

7．下列四组变形中，变形正确的是（　　）

A．由 5x+7=0 得 5x=﹣7　　B．由 2x﹣3=0 得 2x﹣3+3=0

C．由$\frac{x}{6}$=2 得 x=$\frac{1}{3}$　　D．由 5x=7 得 x=35

8．下列等式变形错误的是（　　）

A．若 a=b，则$\frac{a}{1+x^2}=\frac{b}{1+x^2}$　　B．若 a=b，则$3a=3b$

C．若 a=b，则$ax=bx$　　D．若 a=b，则$\frac{a}{m}=\frac{b}{m}$

9．把方程$2x+y=8$改写成用含x的式子表示y的形式为（　　）

A．$y=8+2x$　　B．$y=8-2x$　　C．$2x=8-y$　　D．$x=\frac{8-y}{2}$

10．下列说法错误的是（　　）

A．若$a=b$，则$a-2=b-2$　　B．若$ac=bc$，则$a=b$

C．若$a=b$，则$-3a=-3b$　　D．若$\frac{a}{2}=\frac{b}{2}$，则$a=b$

11．将方程$3x-2y=7$变形成用x的代数式表示_____.

12．方程$\frac{x}{0.3}-\frac{x}{0.5}$=1 可变形为$\frac{10x}{3}-\frac{10x}{5}$=_____ .

13．若$\frac{a-b}{b}=\frac{3}{5}$，则$\frac{a}{b}$=_____.

14．利用等式的性质解下列方程，并写出检验过程：

(1)$-\frac{1}{2}x=-\frac{3}{2}x+2$；

(2)$2x+1=7$.

15．利用等式的性质解方程解一元一次方程：2－$\frac{1}{4}$x=3

16．老师在黑板上写了一个等式：$(a+3)x=4(a+3)$．王聪说$x=4$，刘敏说不一定，当$x\neq4$时，这个等式也可能成立．你同意谁的观点？请用等式的基本性质说明理由．

17．不论x取何值，等式$2ax+b=4x-3$总成立，求$a+b$的值．

18．若 4m+2n=m+5n，你能根据等式的性质比较 m 与 n 的大小吗？

19．在解方程 3x－3＝2x－3 时，小华同学是这样解的：

方程两边同加上 3，得 3x－3＋3＝2x－3＋3.(1)

于是 3x＝2x.

方程两边同除以 x，得 3＝2.(2)

所以此方程无解.

小华同学的解题过程是否正确？如果正确，请指出每一步的理由；如果不正确，请指出错在哪里，并加以改正.

【实战演练】

————先作小学题 —— 夯实基础————

1．（2020·江苏省五年级单元测试）下面式子

①6-x=4；　②46-7=39；　③60+23＞70；　④9+x；

⑤50÷2=25；　⑥x+4＜14；　⑦y-28=35；　⑧5y=40。

其中等式有（_____），方程有（_____）。

2．（2020·江苏省五年级）等式两边乘同一个数，左右两边仍然相等。（_____）

3．（2020·江苏省五年级单元测试）如果 x＝y。那么 $x+\frac{2}{3}=y+\frac{2}{3}$。（_____）

4．（2019·全国五年级期末）解方程

（1）4x-54=14

（2）7x+10x=102

（3）5(x+20)=105

（4）0.26×(5-x)=0.91

————再战初中题 —— 能力提升————

1．已知 2x﹣3y＝1，用含 x 的代数式表示 y 正确的是（　　）

A．$y=\frac{2}{3}x-1$　　B．$x=\frac{3y+1}{2}$　　C．$y=\frac{2x-1}{3}$　　D．$y=-\frac{1}{3}-\frac{2}{3}x$

2．下列运用等式性质进行的变形，其中不正确的是（　　）

A．如果 a=b，那么 a+3=b+3　　B．如果 a=b，那么 $a-\frac{1}{2}=b-\frac{1}{2}$

C．如果 a=b，那么 ac=bc　　D．如果 a=b，那么 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$

3．已知$2a=3b,4b=7c$，则$a:c$等于（　　）

A．2：7　　B．7：2　　C．21：8　　D．8：21

4．下列等式变形正确的是（　　）

A．若$a=b$，则$a-3=3-b$　　B．若$x=y$，则$\frac{x}{a}=\frac{y}{a}$

C．若$a=b$，则$ac=bc$　　D．若$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$，则$b=d$

5．在方程$2x+3y=5$中，用含y的代数式表示x正确的是（　　）

A．$y=\frac{5-2x}{3}$　　B．$y=\frac{2x-5}{3}$　　C．$x=\frac{5-3y}{2}$　　D．$x=\frac{3y-5}{2}$

6．下列说法中，正确的是（　　）

A．若$|a|=|b|$，则$a=b$　　B．若$ac=bc$，则$a=b$

C．若$\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$，则$a=b$　　D．若$a=b$，则$\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$

7．下列方程变形正确的是（　　）

A．由$2+x=5$，得$x=5+2$　　B．由$2x=3$，得$x=\frac{3}{2}$

C．由$\frac{1}{4}x=0$，得$x=4$　　D．由$4=x-5$，得$x=-5-4$

8．已知方程3x–2y=5，把它变形为用含x的代数式表示y，正确的是（　　）

A．y=$\frac{3x-5}{2}$　　B．y=$\frac{3x+5}{2}$　　C．y=$\frac{-3x+5}{2}$　　D．y=$\frac{-3x-5}{2}$

9．根据等式性质，下列结论正确的是（　　）

A．如果$-2a=2b$，那么$a=-b$　　B．如果$a-2=2-b$，那么$a=-b$

C．如果$2a=b-2$，那么$a=b$　　D．如果$2a=\frac{1}{2}b$，那么$a=b$

10．下列运用等式的性质，变形正确的是（　　）

A．若x=y，则x-5=y+5　　B．若a=b，则ac=bc

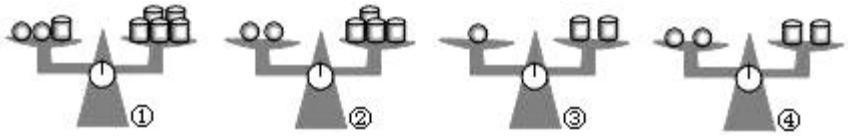
C．若$\frac{a}{2c}=\frac{b}{3c}$，则2a=3b　　D．若x=y，则$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}$

11．设x,y,c是有理数，则下列判断错误的是（　　）

A．若$x=y$,则　$x+c=y+c$　　B．若$x=y$,则　$x-c=y-c$

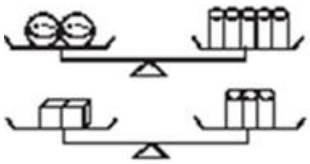
C．若$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$，则　$3x=2y$　　D．若$x=y$,则$\frac{x}{c}=\frac{y}{c}$

12．如图，下列四个天平中，相同形状的物体的重量是相等的，其中第①个天平是平衡的，根据第①个天平，后三个天平中不平衡的有_____个．



13．若$a=b$，则$a-c=$_____．

14．如图，两个天平都平衡，则三个球体的质量等于____个正方体的质量．



15．在方程 $2x+3y=5$ 中，用含 x 的代数式表示 y，则 $y=$_____．

16．已知等式$2a-3=2b+1$，请你猜想 a 与 b 之间的大小关系，并说明理由．

17．利用等式的性质解下列方程：

（1）$4+3x=11$；（2）$5y-6=3y+2$；

（3）$\frac{4}{9}y-\frac{5}{6}=1\frac{2}{3}$；（4）$-8y=9-5y$．

18．用等式的性质解方程：

(1)$x-5=6$　　(2)$2-\frac{1}{4}x=3$

19．已知有理数x，y，z满足$y=2x+3$，$z=\frac{x}{2}-1$

（1）求y与z的关系式；

（2）当x为何值时，y比z的 2 倍多 1．