第十二讲解一元一次方程（二）

【课程解读】

————小学初中课程解读————

小学课程	初中课程
小学数学中，要求能用方程表示简单情境中的等量关系（如 $3x+2=5$，$2x-x=3$），了解方程的作用，了解等式的性质，能用等式的性质解简单的方程。	初中数学中，能根据具体问题中的数量关系列出方程，体会方程是刻画现实世界数量关系的有效模型，经历估计方程解的过程，掌握等式的基本性质，能解一元一次方程.

【知识衔接】

————小学知识回顾————

1、方程和等式

等式：表示相等关系的式子叫做等式。

方程：含有未知数的等式叫做方程。

2、解方程。

解方程：求方程中未知数的值的过程叫做解方程。

解方程的依据：等式的性质。

① 等式两边同时加上或减去同一个数，所得结果仍然是等式。

② 等式两边同时乘或除以同一个不等于 0 的数，所得结果仍然是等式。

————初中知识链接————

1.等式的性质 1：等式两边加(或减)同一个数(或式子)，结果仍相等.

如果 $a=b$，那么 $a\pm c=b\pm c$.

2.等式的性质 2:等式两边乘同一个数，或除以同一个不为 0 的数，结果仍相等.

如果 $a=b$，那么 $ac=bc$，如果 $a=b(c\neq 0)$，那么$\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$

3.一元一次方程：只含有一个未知数，未知数的次数都是 1，等号两边都是整式，这样的方程叫做一元一次方程。

4.移项的概念：

我们将方程中某一项改变符号后，从方程的一边移到另一边，这种变形叫做移项。

5.去括号：利用去括号法则把括号去掉，然后利用前面学习的移项、合并同类项的方法解一元一次方程

6.去分母：方程两边同时乘以两个分母的最小公倍数，把分母去掉，然后即可按照前面学习的方法解方程.

7.解方程的步骤：（1）去分母（2）去括号（3）移项；（4）合并同类项；（5）未知数的系数化 1.

步骤	具体做法	根据	注意事项
去分母	方程两边同乘各分母的最小公倍数	等式的性质 2	(1)不要漏乘不含分母的项;(2)分数线有括号的作用,当分子是多项式时,去分母后要加上括号
去括号	一般先去小括号,再去中括号,最后去大括号	分配律,去括号法则	分配律要满足分配到每一项
移项	把含有未知数的项移到等号的一边,其他项移到等号的另一边	等式的性质 1	移项变号
合并同类项	把方程中含有未知数的项合并,化成“$ax=b(a\neq0)$”的形式	合并同类项法则	注意符号
系数化为 1	方程两边同除以未知数的系数 a,化成“$x=\frac{b}{a}$”的形式	等式的性质 2	分子、分母不能颠倒

【经典题型】

小学经典题型

1．方程 4a＋0.8＝12 与 na－12.4＝1.6 有相同的解，求 n 的值。

【答案】n＝5

【解析】

4a＋0.8＝12

解：4a＝12－0.8

4a＝11.2

a＝11.2÷4

a＝2.8

当 a＝2.8 时带入方程 na－12.4＝1.6

解：2.8n－12.4＝1.6

2.8n＝1.6＋12.4

2.8n＝14

n＝14÷2.8

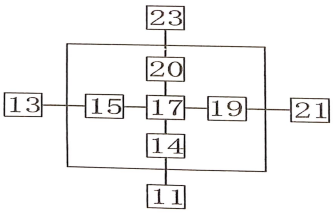
n＝5

答：n 的值是 5。

2．探索规律，回答问题。

（1）在下图中，如果最中间的数是 a，那么最左边的数是（　　），最右边的数是（　　），最上边的数是（　　），最下边的数是（　　）。

（2）当大正方形框里面的 5 个数的和是 100 时，请你列方程求出这 5 个数分别是多少？



【答案】（1）a－4；a＋4；a＋6；a－6。

（2）18；23；20；22；17。

【解析】（1）如果最中间的数是 a，那么最左边的数是（ a－4 ），最右边的数是（ a＋4 ），最上边的数是（ a＋6 ），最下边的数是（ a－6 ）；

（2）解：设最中间的数 x，则上面一个数为：x＋3，下面一个数为：x－3，左边一个数为：x－2，右边一个数为：x＋2。

（x＋3）＋（x－3）＋x＋（x－2）＋（x＋2）＝100

x＋3＋x－3＋x＋x－2＋x＋2＝100

5x＝100

x＝100÷5

x＝20；

答：左边一个数：20－2＝18，上面一个数：20＋3＝23，中间一个数：20，右边一个数为：20＋2＝22，下面一个数为：20－3＝17。

3．某人运玻璃杯 1000 只，每只运费 0.5 元，若破损一只需赔款 8 元，此人共得运费 449 元。那么，在搬运过程中破损了多少只？

【答案】6 只

【解析】

解：设在搬运过程中破损了 x 只，则剩余（1000－x）只。

0.5（1000－x）－8x＝449

500－0.5x－8x＝449

500－8.5x＝449

8.5x＝51

x＝6

答：在搬运过程中破损了 6 只。

4．一辆轿车和一辆客车从相距 400 千米的两地同时出发相向而行，途中轿车休息了 0.5 小时，2.5 小时后客车与轿车相遇，客车每小时行 80 千米，轿车的速度是多少？

【答案】100 千米/小时

【解析】

解：设轿车的速度是每小时 x 千米。

2.5×80＋（2.5－0.5）x＝400

200＋2x＝400

2x＝200

x＝100

答：轿车的速度是每小时 100 千米。

初中经典题型

1．在解方程 $\frac{2x+1}{3}-\frac{10x+1}{6}=1$ 时，去分母的过程正确的是（　　）

A．$2x+1-(10x+1)=1$　　B．$4x+1-10x+1=6$

C．$2(2x+1)-(10x+1)=1$　　D．$4x+2-10x-1=6$

【答案】D

【解析】

方程两边同时乘以 6 得：4x＋2−（10x＋1）＝6，

去括号得：4x＋2−10x−1＝6．

故选：D．

2．把方程 $\frac{x+1}{0.4}-\frac{0.2x-1}{0.7}=1$ 中分母化整数，其结果应为（　　）

A．$\frac{10x+1}{4}-\frac{2x-1}{7}=1$

B．$\frac{10x+1}{4}-\frac{2x-1}{7}=10$

C．$\frac{10x+10}{4}-\frac{2x-10}{7}=1$

D．$\frac{10x+10}{4}-\frac{2x-10}{7}=10$

【答案】C

【解析】

方程整理得：$\frac{10x+10}{4}-\frac{2x-10}{7}=1$．

故选 C．

3．在解方程 $\frac{x}{3}=1-\frac{x-1}{5}$ 时，去分母后正确的是（　　）

A．$5x=1-3(x-1)$　　B．$x=1-(3x-1)$

C．$5x=15-3(x-1)$　　D．$5x=3-3(x-1)$

【答案】C

【解析】

两边同乘以 15 去分母，得 $5x=15-3(x-1)$

故选：C．

4．解方程 $2(3x-1)-(x-4)=1$ 时，去括号正确的是(　　)

A．$6x-1-x-4=1$　　B．$6x-1-x+4=1$

C．$6x-2-x-4=1$　　D．$6x-2-x+4=1$

【答案】D

【解析】解：由原方程去括号，得

$6x-2-x+4=1$.

故选：D.

5．方程$\frac{x+2}{4}+1=\frac{x}{3}$，去分母后正确的是（　　）.

A．$3(x+2)+12=4x$　　B．$12(x+2)+12=12x$

C．$4(x+2)+12=3x$　　D．$3(x+2)+1=4x$

【答案】A

【解析】根据等式的性质方程两边都乘以 12 即可.

解：$\frac{x+2}{4}+1=\frac{x}{3}$，

去分母得：3（x+2）+12=4x，

故选 A.

6．把方程$\frac{2x+1}{3}-\frac{10x-1}{6}=1$去分母，正确的是（　　）

A．2x+1−10x−1=1　　B．4x+2−10x+1=6

C．x+2−10x+1=1　　D．x+2−10x+1=6

【答案】B

【解析】

解：方程去分母得：4x+2−10x+1=6.

故选：B.

7．解方程$1-\frac{x+3}{6}=\frac{x}{2}$，去分母的结果是（　　）

A．$1-(x+3)=3x$　　B．$6-(x+3)=3x$

C．$1-(x-3)=2x.$　　D．$6-(x-3)=2x$

【答案】B

【解析】$1-\frac{x+3}{6}=\frac{x}{2}$，

两边都乘以 6，得

$6-(x+3)=3x$.

故选 B.

8．若$x=-2$是关于x的方程$3x-5+m=0$的解，则m的值为_____.

【答案】11

【解析】

解：把$x=-2$代入方程得：$-6-5+m=0$，

解得：$m=11$，

故答案为：11．

9．若2(x＋3)的值与4(1－x)的值相等，则x的值为_____．

【答案】$-\frac{1}{3}$

【解析】根据题意，得2(x＋3)＝4(1－x)．

去括号，得2x＋6＝4－4x．

移项、合并同类项，得6x＝－2．

解得x＝$-\frac{1}{3}$ ．

10．当x=_____时，代数式4x+2与3x﹣9的值互为相反数．

【答案】1

【解析】解：根据题意得（4x+2）+（3x-9）=0

化简得：4x+2+3x-9=0

解得：x=1

故答案为：1．

11．解下列方程：

（1）$2x+5=3(x-1)$

（2）$\frac{x-1}{2}-\frac{x}{4}=2$

【答案】（1）x＝8；（2）x＝10

【解析】

（1）$2x+5=3x-3$，

2x-3x＝-3 -5，

-x＝-8，

x＝8；

（2）$\frac{x-1}{2}-\frac{x}{4}=2$，

2(x-1)-x=8，

2x-2-x=8，

2x-x=8+2，

x =10．

12．解方程：

（1）$2x-5=20-3x$

（2）$\frac{x-3}{5}=\frac{x}{2}$．

【答案】(1) $x=5$ (2) x=-2

【解析】

（1）解：$2x+3x=20+5$

$5x=25$

$x=5$

（2）解：$(x-3)\times 2=5x$

$2x-6=5x$

$2x-5x=6$

-3x=6

x=-2.

13．解方程$\frac{3x-1}{4}-\frac{5x-7}{6}=1$

【答案】$x=-1$

【解析】

方程两边同时乘以 12 得：3（3x - 1） - 2（5x - 7）＝12，

去括号得：9 x - 3 - 10x+14＝12，

移项得：9x - 10x＝12 - 14+3，

合并同类项得： - x＝1，

系数化为 1 得：x＝ - 1．

14．解下列方程．

（1）$2y+3=11-6y$

（2）$\frac{x-3}{2}-\frac{2x+1}{3}=1$

【答案】（1）y=1；（2） x=-17

【解析】

解：（1）$2y+3=11-6y$

$2y+6y=11-3$

$8y=8$

$y=1$

（2）$\frac{x-3}{2}-\frac{2x+1}{3}=1$

$3(x-3)-2(2x+1)=6$

$3x-9-4x-2=6$

$3x-4x=6+2+9$

$-x=17$

$x=-17$

15．解下列方程:

（1）$2(2x+1)=1-5(x-2)$；　　（2）$\frac{2x-1}{3}-\frac{x-1}{6}=1$.

【答案】（1）x=1；（2）$x=\frac{7}{3}$.

【解析】（1）$2(2x+1)=1-5(x-2)$,

4x+2=1-5x+10，

4x+5x=1+10-2，

9x=9,

x=1；

（2）$\frac{2x-1}{3}-\frac{x-1}{6}=1$,

2(2x-1)-(x-1)=6，

4x-2-x+1=6，

4x-x=6-1+2，

3x=7，

$x=\frac{7}{3}$.

16．解方程：$\frac{2x-1}{3}-\frac{5x-1}{6}=1$　　注：要写出详细的解答过程(含文字)

【答案】$x=-7$

【解析】解：去分母，得$2(2x-1)-(5x-1)=6$，

去括号，得$4x-2-5x+1=6$，

移项，得$4x-5x=6-1+2$，

合并同类项，得$-x=7$，

系数化成1，得$x=-7$.

17．解方程

（1）$x-4=\frac{4}{3}x+2$；（2）$\frac{7y-1}{4}-1=\frac{5y-4}{6}$

【答案】（1）$x=-18$；（2）$y=\frac{7}{11}$

【解析】

（1）$\because x-4=\frac{4}{3}x+2$，

∴3x-12=4x+6，

∴3x-4x=12+6

∴-x=18

∴x=-18；

（2）$\because \frac{7y-1}{4}-1=\frac{5y-4}{6}$，

∴3（7y-1）-12=2（5y-4），

∴21y-3-12=10y-8，

∴21y-15=10y-8，

∴21y-10y=15-8

∴11y=7

$\therefore y=\frac{7}{11}$

【实战演练】

————先作小学题 —— 夯实基础————

1．解方程。

（1）1.25×8－2x＝0　　（2）$0.8\times2.5\times\frac{3}{2}x=3$

【答案】（1）x＝5；（2）x＝1

【解析】

（1）1.25×8－2x＝0

解：2x＝1.25×8

x＝10÷2

x＝5

（2）$0.8\times2.5\times\frac{3}{2}x=3$

解：$x=3\div(0.8\times2.5\times\frac{3}{2})$

$x=3\div(2\times\frac{3}{2})$

x＝3÷3

x＝1

2．解下列方程（或比例）。

①8.4÷（2x﹣6）＝4

②$\frac{1}{9}:x=\frac{1}{2}:\frac{9}{14}$

【答案】①x＝4.05

②$x=\frac{1}{7}$

【解析】①8.4÷（2x﹣6）＝4

解：8.4÷（2x﹣6）×（2x﹣6）＝4×（2x﹣6）

8x﹣24＝8.4

8x﹣24＋24＝8.4＋24

8x÷8＝32.4÷8

x＝4.05

②$\frac{1}{9}:x=\frac{1}{2}:\frac{9}{14}$

解：$\frac{1}{2}x=\frac{9}{14}\times\frac{1}{9}$

$\frac{1}{2}x=\frac{1}{14}$

$\frac{1}{2}$x×2=$\frac{1}{14}$×2

x=$\frac{1}{7}$

3．求未知数名。

①6x－1=0.2

②x：$\frac{2}{3}$=21：$\frac{7}{8}$

③3.5x－x=30

【答案】①x=0.2　　②x=16　　③x=12

【解析】6x－1=0.2

解：6x=1.2

x=0.2

x：$\frac{2}{3}$=21：$\frac{7}{8}$

解：$\frac{7}{8}$x=$\frac{2}{3}$×21

$\frac{7}{8}$x=14

x=16

3.5x－x=30

解：2.5x=30

x=12

————再战初中题 —— 能力提升————

1．解方程$\frac{x}{2}-1=\frac{x-1}{3}$时，去分母正确的是（　　）

A．$3x-3=2x-2$　B．$3x-6=2x-2$　C．$3x-6=2x-1$　D．$3x-3=2x-1$

【答案】B

【解析】

解：去分母得：3x−6=2（x−1）=2x-2，

故选：B．

2．解方程$4(x-1)-x=2(x+\frac{1}{2})$步骤如下：①去括号，得$4x-4-x=2x+1$；②移项，得$4x+x-2x=4+1$；③合并同类项，得$3x=5$；④化系数为1，$x=\frac{5}{3}$.从哪一步开始出现错误（　　）

A．①　　B．②　　C．③　　D．④

【答案】B

【解析】解：4（x﹣1）﹣x=2（x+$\frac{1}{2}$），

去括号，得：4x﹣4﹣x=2x+1，

移项，得：4x﹣x﹣2x=4+1，

合并同类项，得：x=5，

错误的一步是②.

故选B.

3．解方程$\frac{x}{3}-\frac{x-1}{2}=1$时，去分母后，正确的是（　　）

A．3x﹣2（x﹣1）=1　　B．2x﹣3（x﹣1）=1

C．3x﹣2（x﹣1）=6　　D．2x﹣3（x﹣1）=6

【答案】D

【解析】

解：方程$\frac{x}{3}-\frac{x-1}{2}=1$

去分母得：2x﹣3（x﹣1）=6，

故选：D

4．把方程$\frac{x-1}{2}=1-\frac{x+3}{4}$去分母，得（　　）

A．$2(x-1)=1-(x+3)$　　B．$2(x-1)=4+(x+3)$

C．$2(x-1)=4-x+3$　　D．$2(x-1)=4-(x+3)$

【答案】D

【解析】等式两边同乘4得：$2(x-1)=4-(x+3)$，

故选：D.

5．在解分式方程$\frac{3}{x-1}+\frac{x+2}{1-x}$=2时，去分母后变形正确的是（　　）

A．$3-(x+2)=2(x-1)$　　B．$3-x+2=2(x-1)$

C．$3-(x+2)=2$　　D．$3+(x+2)=2(x-1)$

【答案】A

【解析】方程两边都乘以 x-1，

得：3-（x+2）=2（x-1）．

故答案选 A．

6．下列解方程过程中，变形正确的是(　　)

A．由 2x-1=3 得 2x=3-1

B．由 $\frac{x}{4}+1=\frac{3x+1}{0.1}+1.2$ 得 $\frac{x}{4}+1=\frac{3x+10}{1}+12$

C．由-25x=26 得 x=- $\frac{25}{26}$

D．由 $\frac{x}{3}-\frac{x}{2}=1$ 得 2x-3x=6

【答案】D

【解析】

解：*A*、由 2x﹣1＝3 得 2x＝3+1，不符合题意；

B、由 $\frac{x}{4}+1=\frac{3x+1}{0.1}+1.2$ 得 $\frac{x}{4}+1=\frac{30x+10}{1}+1.2$，不符合题意；

C、由﹣25x＝26 得 x＝﹣ $\frac{26}{25}$，不符合题意；

D、由 $\frac{x}{3}-\frac{x}{2}=1$ 得 2x﹣3x＝6，符合题意，

故选：*D*．

7．解方程 $\frac{2x+1}{3}-\frac{10x+1}{6}=1$时，去分母正确的是（　）

A．$4x+2-10x+1=6$　　B．$4x+2-10x-1=1$

C．$4x+2-10x-1=6$　　D．$4x+1-10x+1=1$

【答案】C

【解析】解：方程两边同乘分母的最小公倍数 6 得：$2(2x+1)-(10x+1)=6$

即 $4x+2-10x-1=6$，

故选 C．

8．已知关于 x 的方程 $\frac{x+a}{2}=\frac{2x+a}{3}+1$ 的解与方程 4x﹣5＝3（x﹣1）的解相同，则 a 的值_____．

【答案】8

【解析】解方程 4x - 5＝3（x - 1）得：x＝2，

把 x＝2 代入方程 $\frac{x+a}{2}=\frac{2x+a}{3}+1$ 中，可得：$\frac{2+a}{2}=\frac{4+a}{3}+1$，

解得：a＝8．

故答案为：8

9. 对于两个非零的有理数 a，b，规定 $a\otimes b=2b-3a$，若 $(5-x)\otimes(2x+1)=1$，则 x 的值为_____．

【答案】2

【解析】根据题中的新定义得：$2\times(2x+1)-3\times(5-x)=1$，

$4x+2-15+3x=1$，

$7x=14$，

解得：$x=2$．

故答案为：2．

10．解方程：$\frac{2x+1}{4}-1=x-\frac{10x+1}{12}$．

【答案】$x=2$

【解析】6x+3-12=12x-10x-1，

4x=8，

x=2．

11．解方程:$5(x-5)-2(12-x)=0$

【答案】x=7.

【解析】

去括号，得 5x-25-24+2x=0，

移项，得 5x+2x=25+24，

合并同类项，得 7x=49，

系数化为 1，得 x=7.

12．解下列方程

（1）$\frac{3y-6}{4}=1-\frac{5y-7}{3}$　　（2）$1-\frac{4-3x}{4}=\frac{5x+3}{6}-x$

【答案】（1）$y=2$　　（2）$x=\frac{6}{11}$

【解析】

解：（1）$\frac{3y-6}{4}=1-\frac{5y-7}{3}$

去分母得：$3(3y-6)=12-4(5y-7)$，

去括号得：$9y-18=12-20y+28$，

移项、合并得：$29y=58$，

系数化为1，得：$y=2$；

（2）$1-\frac{4-3x}{4}=\frac{5x+3}{6}-x$

去分母得：$12-3(4-3x)=2(5x+3)-12x$，

去括号得：$12-12+9x=10x+6-12x$，

移项、合并得：$11x=6$，

系数化为1，得：$x=\frac{6}{11}$.

13．解方程：

（1）$3x+2=7-2x$；

（2）$x-\frac{x+2}{2}=3-\frac{x+1}{4}$.

【答案】（1）x＝1；（2）x＝5.

【解析】

解：（1）移项得：3x+2x=7－2，合并同类项得：5x=5，解得：x=1；

（2）去分母得：4x-2（x+2）=12-(x+1)，去括号得：4x-2x-4=12-x-1，移项得：4x-2x+x=12-1+4，合并同类项得：3x=15，解得：x=5.

14．解方程

（1）$\frac{2x-1}{3}-\frac{x+1}{6}=x-2$；

（2）$\frac{x+1}{0.2}-\frac{x+3}{0.5}=2$

【答案】（1）x＝3；（2）x＝1

【解析】

（1）去分母得：2（2x－1）－（x+1）＝6（x－2），

去括号得：4x－2－x－1＝6x－12，

移项得：4x－x－6x＝－12+2+1，

合并同类项得：－3x＝－9，

系数化为 1 得：$x=3$，

（2）原方程可整理得：$\frac{10x+10}{2}-\frac{10x+30}{5}=2$，

去分母得：5（10x+10）﹣2（10x+30）＝20，

去括号得：50x+50﹣20x﹣60＝20，

移项得：50x﹣20x＝20+60﹣50，

合并同类项得：30x＝30，

系数化为 1 得：$x=1$.

15．解方程：

（1）$7x-3=5x-7$；

（2）$x-\frac{x-1}{2}=\frac{2}{3}-\frac{x+2}{6}$.

【答案】（1）x=﹣2；（2）x=$-\frac{1}{4}$.

【解析】解：（1）移项合并得：2x=﹣4，

系数化为 1 得：x=﹣2

（2）解：去分母得：6x﹣3（x﹣1）=4﹣（x+2），

去括号得：6x﹣3x+3=4﹣x﹣2

移项合并得：4x=﹣1，

系数化为 1 得：x=﹣$\frac{1}{4}$.

16．解方程：$\frac{1-2x}{3}=1-\frac{x+3}{4}$.

【答案】$x=\frac{1}{5}$

【解析】

去分母，得 4（1﹣2x）=12﹣3（x+3）.

去括号，得 4﹣8x=12﹣3x﹣9.

移项、合并同类项，得﹣5x=﹣1.

系数化为 1，得 $x=\frac{1}{5}$.

17．解方程：$x-\frac{x-1}{4}=1-\frac{3-x}{2}$

【答案】$x=-3$

【解析】

去分母得：4x−(x−1)=4−2(3−x)，

去括号得：4x−x+1=4−6+2x，

移项合并得：x=−3.

18．小王在解关于 x 的方程 2 - $\frac{2x-4}{3}$ =3a - 2x 时，误将 - 2x 看作+2x，得方程的解 x=1．

（1）求 a 的值；

（2）求此方程正确的解．

【答案】（1）$\frac{2}{9}$　　（2）$x=-2$

【解析】

（1）把 $x=1$ 代入 2 - $\frac{2x-4}{3}$ =3a+2x

得：$2+\frac{2}{3}=3a+2$，

解得：$a=\frac{2}{9}$；

（2）把 $a=\frac{2}{9}$ 代入原方程得：$2-\frac{2x-4}{3}=\frac{2}{3}-2x$，

去分母得：6 - （2x - 4）=2 - 6x，

去括号得：6 - 2x+4=2 - 6x，

移项得：- 2x+6x=- 10+2，

合并同类项得：4x=- 8，

解得：x=- 2.