第十五讲 角与角的运算

【课程解读】

——————小学初中课程解读——————

小学课程	初中课程
小学数学中，要求知道平角与周角，了解周角、平角、钝角、直角、锐角之间的大小关系;能用量角器量指定角的度数，能画指定度数的角，会用三角尺画30°，45°，60°，90°角。	初中数学中，理解角的概念，能比较角的大小;认识度、分、秒，会对度、分、秒进行简单的换算，并会计算角的和、差;理解对顶角、余角、补角等概念，探索并掌握对顶角相等、同角（等角）的余角相等，同角（等角）的补角相等的性质。

【知识衔接】

——————小学知识回顾——————

（1）1 平角=180°，1 周角=360°，1 直角=90°，1 周角=2 平角=4 直角.

（2）锐角：小于 90°的角叫做锐角；钝角：大于 90°小于 180°的角叫做钝角.

————初中知识链接————

1. 角的概念

(1) 有公共端点的两条射线组成的图形叫做角．这个公共端点是角的顶点，这两条射线是角的两条边.

(2)角也可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而形成的图形.

2. 角的表示

1、角通常用三个大写字母及符号“∠”表示．三个大写字母应分别写在顶点和两边上的任意点，顶点的字母必须写在中间．如∠AOB，“O”表示顶点，"A、B"表示两边上的任意点.

2、角也可用一个大写字母表示．这个字母应写在顶点上．但当两个或两个以上的角有同一个顶点时，不能用一个大写字母表示.

3、角还可用一个数字或一个希腊字母表示．.在角的内部靠近角的顶点处画一弧线，写上数字或希腊字母.

3.度分秒

我们把 1 度的角 60 等分，每份就是 1 分的角，记作$1'$；把 1 分的角 60 等份，每份就是 1 秒的角，记作$1''$的角 60 等分，每份就是 1 秒的角，记作 1".

即：$1^\circ = 60'$，$1' = 60''$

归纳：以度、分、秒为单位的角的度量制叫做角度制.

1 平角=180°，1 周角=360°.

4.角的大小比较

(1)度量方法：用量角器量出角的度数，然后比较它们的大小。

(2)叠合方法：把两个角叠合在一起比较大小。

5.角的平分线

从一个角的顶点出发，把这个角分成相等的两个角的射线叫做这个角的平分线.

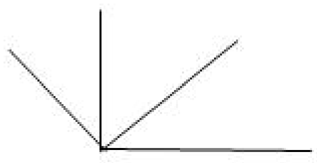
6.尺规作图

熟练掌握用尺规作一个角等于已知角.

【经典题型】

小学经典题型

1．下图中一共有（　　）锐角。



A．3 个　　　　B．4 个　　　　C．5 个

【答案】A

【解析】

锐角是小于 90°的角，图中三个单独的角都是锐角。

2．一个钝角与一个锐角比，（　　）。

A．钝角小于锐角　　　　B．钝角大于锐角　　　　C．无法比较

【答案】B

【解析】

钝角是大于 90°小于 180°的角，锐角是小于 90°的角，所有钝角都大于锐角。

3．下列说法正确的是（　　）。

A．角的两条边越长角就越大。 B．三角形中最多有两个锐角。C．0.56 和 0.560 的大小相等，但计数单位不同。

【答案】C

【解析】

A、角的大小和边的长度无关，所以说法错误。

B、三角形最多有三个锐角，比如等边三角形三个角都是 60°。

C、0.56＝0.560，但是二者的计数单位不同，说法正确。

故答案为：C

4．三个相等的角组成一个平角，这三个角一定都是（　）。

A．锐角　　B．直角　　C．钝角

【答案】A

【解析】180°÷3=60°，60°的角是锐角。

故答案为：A。

5．有一个内角是 91 度的三角形是（　　）

A．直角三角形　　B．钝角三角形　　C．等腰三角形　　D．锐角三角形

【答案】B

【解析】解：91°是钝角，因此这个三角形的钝角三角形.

故答案为 B.

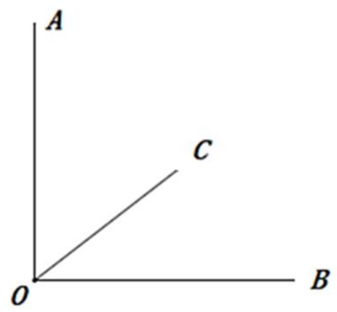
6．用 10 倍的放大镜看一个 30°的角，这个角是（　）

A. 30°　　B. 300°　　C. 3000°

【答案】A

初中经典题型

1．如图，$OA\perp OB$，若 $\angle BOC=34°20'$，则 $\angle AOC$ 的度数是（　　）



A．$55°20'$　　B．$55°40'$　　C．$55°60'$　　D．$55°80'$

【答案】B

【解析】$\because OA \perp OB$

$\therefore \angle AOB = 90°$

$\therefore \angle AOC = \angle AOB - \angle BOC = 90° - 34°20' = 55°40'$

故选 B

2．下列各数中，正确的角度互化是（　）

A．63.5°=63°50′　　B．23°12′36″=23.48°

C．18°18′18″=18.33°　　D．22.25°=22°15′

【答案】D

【解析】解：A、63.5°=63°30'≠63°50'，故 A 不符合题意；

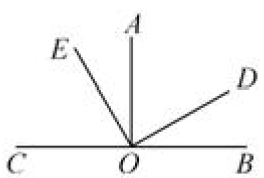
B、23.48°=23°28'48"≠23°12'36"，故 B 不符合题意；

C、18.33°=18°19'48"≠18°18'18"，故 C 不符合题意；

D、22.25°=22°15'，故 D 正确.

故选 D.

3．如图，点 C，O，B 在同一条直线上，∠AOB=90°，∠AOE=∠DOB，则下列结论：①∠EOD=90°；②∠COE=∠AOD；③∠AOE+∠DOC=180°；④互余的角有 4 对．其中正确的有（ ）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【答案】D

【解析】

解：∵∠AOB＝90°

∴∠AOD＋∠BOD＝90°

∵∠AOE＝∠DOB

∴∠AOE＋∠AOD＝90°，即∠EOD＝90°，故①正确；

∵∠AOE+∠COE=90°，

∴∠COE＝∠AOD，故②正确，

∴∠COE＋∠BOD＝90°，

∴互余的角有∠AOD 与∠BOD、∠AOE 与∠AOD、∠AOE 与∠COE、∠COE 与∠BOD，共 4 对，故④正确；

∵∠DOC+∠BOD=180°，

∴∠AOE+∠DOC=180°，故③正确；

∴①②③④都正确.

故选：D.

4．借助一副三角尺，你能画出下面哪个度数的角（　　）

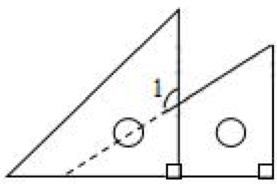
A．15°　　B．25°　　C．35°　　D．55°

【答案】A

【解析】用一副三角尺，可以画出小于 180°的角有：15°，30°，45°，60°，75°，90°，105°，120°，135°，150°，165°.

故选：A.

5．将一副三角板(含 30°、45°的直角三角形)摆放成如图所示，图中∠1 的度数是(　　)



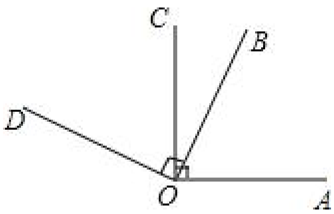
A．90°　　B．120°　　C．135°　　D．150°

【答案】B

【解析】解：根据题意得：∠1=180°－60°=120°.

故选：B

6．如图，$\angle AOC=\angle BOD=90°$，$\angle AOD=140°$，则$\angle BOC$的度数为（　　）



A．30°　　　　B．45°　　　　C．50°　　　　D．40°

【答案】D

【解析】∵∠*AOC*＝90°，∠*AOD*＝140°，

∴∠*COD*＝∠*AOD*﹣∠*AOC*＝50°，

∵∠*BOD*＝90°，

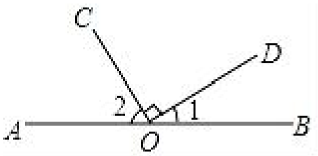
∴∠*BOC*＝∠*BOD*﹣∠*COD*

＝90°﹣50°

＝40°．

故选：*D*．

7．如图，点 O 为直线 AB 上一点，OC⊥OD．如果∠1=35°，那么∠2 的度数是（　　）



A．35°　　　　B．45°　　　　C．55°　　　　D．65°

【答案】C

【解析】

∵OC⊥OD，

∴∠COD＝90°．

∴∠2＝180°−∠COD−∠1＝180°−90°−35°＝55°，

故选 C．

8. 在直线 *AB* 上任取一点 *O*，过点 *O* 作射线 *OC*，*OD*，使 *OC*⊥*OD*，当∠*AOC*＝30°时，∠*BOD* 的度数是(　　)

A．60°　　B．120°　　C．60°或 90°　　D．60°或 120°

【答案】D

【解析】

①当 *OC*、*OD* 在 *AB* 的一旁时，

∵*OC*⊥*OD*，

∴∠DOC=90°，

∵∠AOC=30°，

∴∠BOD=180°−∠COD−∠AOC=60°

②当 OC、OD 在 AB 的两旁时，

∵OC⊥OD，∠AOC=30°，

∴∠AOD=60°，

∴∠BOD=180°−∠AOD=120°.

故选 D.

9．若∠1＝83°24′，∠2＝78.6°，∠3＝78°36′，则有（　　）

A．∠1＝∠2　　B．∠2＝∠3　　C．∠1＝∠3　　D．以上都不对

【答案】B

【解析】∵∠2＝78.6°=78°36′，

∴∠2＝∠3

故选 B.

10．把121.34°化成度、分、秒的形式为__________.

【答案】121°20' 24"

【解析】

121.34°＝121°20.4′＝121°20′24″，

故答案为：121°20′24″.

11．比较：31.75°_____31°45′（填“<”“>”或“=”）

【答案】=

【解析】解：∵31.75°=31°+0.75°=31°+0.75×60′=31°+45′=31°45′，

∴31.75°=31°45′，

故答案为：=.

12．计算：50°－15°30′=______.

【答案】34°30′

【解析】

根据度化成分乘以 60，可得度分的表示方法，根据同单位的相减，可得答案：

50°－15°30′=49°60′－15°30′=34°30′.

13．钟表在 8：20 时，时针与分针的夹角是_________度．

【答案】130°

【解析】解：8：20 时，时针与分针相距 $4+\frac{20}{60}=\frac{13}{3}$ 份，

8：20 时，时针与分针所夹的角是 $30°\times\frac{13}{3}=130°$，

故答案为：130°．

14．比较：28°15′_____28.15°（填“＞”、“＜”或“＝”）．

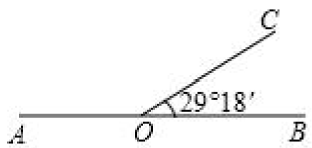
【答案】＞

【解析】∵28°15′=28°+（15÷60）°=28.25°，

∴28°15′＞28.15°．

故答案为＞．

15．如图，过直线 AB 上一点 O 作射线 OC，∠BOC=29°18′，则∠AOC 的度数为_____．



【答案】150°42′

【解析】∵∠BOC=29°18′，

∴∠AOC 的度数为：180°-29°18′=150°42′．

故答案为 150°42′．

16．在同一平面上，若∠*BOA*＝65°，∠BOC＝15°，则∠*AOC*=____．

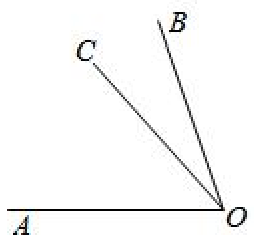
【答案】80°或 50°

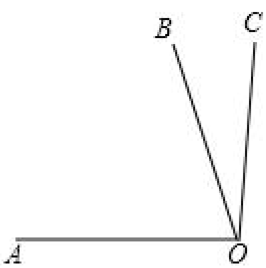
【解析】解：如图，当 OC 在∠AOB 的内部时，∠AOC=∠BOA-∠BOC=65°-15°=50°，

当 OC 在∠AOB 的外部时，∠AOC=∠BOA+∠BOC=65°+15°=80°，

故∠AOC 的度数是 50°或 80°，

故答案为：80°或 50°





17．写出利用一副三角板能够画出的所有小于平角的度数．

【答案】15°，30°，45°，60°，75°，90°，105°，120°，135°，150°，165°

【解析】（1）30°，45°，60°，90°；

（2）30°+45°=75°，

30°+90°=120°，

45°+60°=105°，

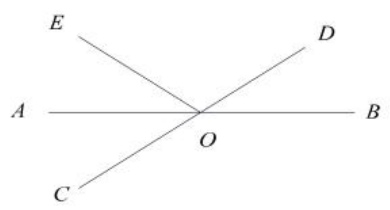
45°+90°=135°，

60°+90°=150°，

30°+45°+90°=165°；

（3）45°-30°=15°.

18．如图，直线 AB,CD 相交于点 O,OA 平分 $\angle EOC$，若 $\angle EOC=70°$.



（1）求 $\angle BOD$ 的度数；

（2）求 $\angle BOC$ 的度数.

【答案】（1）35°；（2）145°

【解析】

解：（1）∵OA 平分∠EOC，∠EOC=70°，

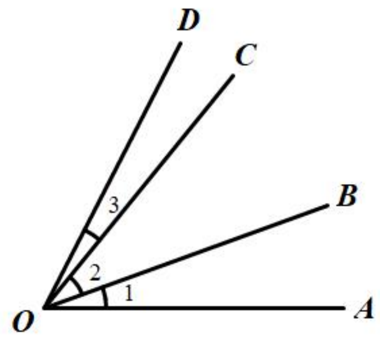
∴∠AOC=$\frac{1}{2}$∠EOC=35°，

∴∠BOD=∠AOC=35°.

（2）∵∠BOD+∠BOC=180°，

∴∠BOC=180°-35°=145°.

19．如图，已知∠AOC=50°，∠BOD=40°，∠AOD=60°，求∠1，∠2，∠3 的度数.



【答案】∠1=20°，∠2=30°，∠3=10°.

【解析】∵∠AOC+∠BOD=∠AOD+∠2，

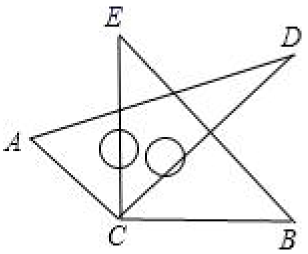
又∵∠*AOC*=50°，∠*BOD*=40°，∠*AOD*=60°，

∴∠2=50°+40°-60°=30°，

∴∠1=∠BOD-∠2=40°-30°=10°，

∠3=∠AOC-∠2=50°-30°=20°.

20．如图所示，将两块三角板的直角顶点重合.



（1）写出以 *C* 为顶点的相等的角；

（2）若∠*ACB*=150°，请直接写出∠*DCE* 的度数；

（3）写出∠*ACB* 与∠*DCE* 之间所具有的数量关系；

（4）当三角板 *ACD* 绕点 *C* 旋转时，你所写出的（3）中的关系是否变化？请说明理由.

【答案】（1）∠ACD=∠BCE；∠ACE=∠BCD（2）∠DCE=30°；（3）∠ACB+∠DCE=180°；（4）不变，理由:见解析.

【解析】

（1）∠ACD=∠BCE；∠ACE=∠BCD；

（2）∵∠ACB=150°，∠BCE=90°，

∴∠ACE=150°-90°=60°，

∴∠DCE=90°-∠ACE=30°；

（3）∠ACB+∠DCE=∠BCE+∠ACE+∠DCE=180°；

（4）不变，理由如下：

∵∠ACB＝∠ACE+∠ECD+∠DCB，

∴∠ACB+∠DCE＝∠ACE+∠ECD+∠DCB+∠DCE＝∠ACD+∠BCE＝90°+90°=180°

∴无论如何旋转，∠ACB+∠DCE=180°．

【实战演练】

——————先作小学题 —— 夯实基础——————

1．用一个放大 10 倍的放大镜来观察一个 30 度的角，则看到的角（　）

A．大小不变　　　　B．缩小了 100 倍　　　　C．放大了 100 倍

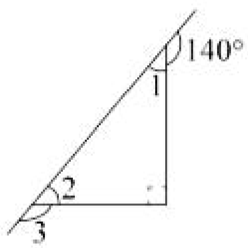
【答案】A

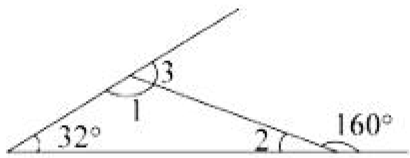
【解析】

根据角的大小和边长无关，和放大的倍数无关，只和两条边张开的度数有关来解答此题．

故选 A

2．看图求出∠1、∠2、∠3 的度数。

（1）

（2）

【答案】（1）∠1=40°；∠2=50°；∠3=130°

（2）∠1=128°；∠2=20°；∠3=52°

【解析】

【详解】

（1）∠1=180°-140°=40°

∠2=180°-40°-90°=50°

∠3=180°-50°=130°

（2）∠2=180°-160°=20°

∠1=180°-20°-32°=128°

∠3=180°-128°=52°

3．脱口秀

180° - 25° - 75°＝　　180° - （37°+63°）＝　　90° - 37°＝

80°+36°+64°＝　　178° - （78°+54°）＝　　180° - 85°＝

【答案】80°；80°；53°

180°；46°；95°

【解析】180° - 25° - 75°＝155°-75°=80°

180° - （37°+63°）＝180° - 100°=80°

90° - 37°＝53°

80°+36°+64°＝116°+64°=180°

178° - （78°+54°）＝178°-132°=46°

180° - 85°＝95°

————再战初中题 —— 能力提升————

1．已知，OA⊥OC，且∠AOB：∠AOC＝2：3，则∠BOC 的度数为（　　）

A．30°　　B．150°　　C．30°或 150°　　D．90°

【答案】C

【解析】

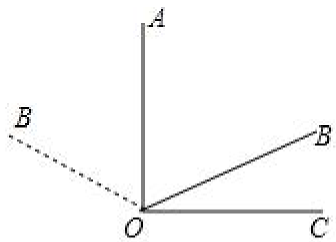
解：∵$OA\perp OC$，∴$\angle AOC=90°$．∵$\angle AOB$：$\angle AOC=2$：3，∴$\angle AOB=60°$．

因为$\angle AOB$ 的位置有两种：一种是在$\angle AOC$ 内，一种是在$\angle AOC$ 外．

①当在$\angle AOC$ 内时，$\angle BOC=90° - 60°=30°$；

②当在$\angle AOC$ 外时，$\angle BOC=90°+60°=150°$．

故选 C．



2．关于比较 38°15'和 38.15°，下列说法正确的是（　　）

A．38°15'＞38.15°　　B．38°15'＜38.15°　　C．38°15'=38.15°　　D．无法比较

【答案】A

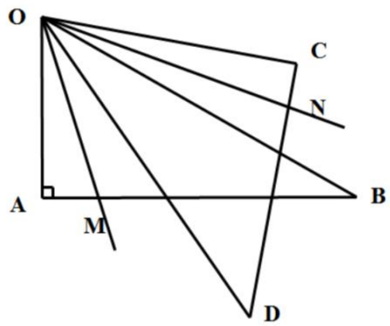
【解析】∵1°=60′，

∴38.15°=38°+（0.15×60）′=38°9′，

∴38°15′＞38.15°.

故选：A.

3．将一副三角板如图摆放，∠OAB=∠OCD=90°，∠AOB=60°，∠COD=45°，OM 平分∠AOD，ON 平分∠COB，则∠MON 的度数为（　　）



A．60°　　B．45°　　C．65.5°　　D．52.5°

【答案】D

【解析】设∠AOM=∠DOM=x，∠CON=∠BON=y，则∠BOD=60°-2x

∵∠COD=45°

∴60°-2x+2y=45°，

∴x-y=7.5°

∴∠MON=x+(60°-2x)+y=60°(x-y）=52.5°

故选 D.

4．已知：∠*AOC*=90°，∠*AOB*：∠*AOC*=2：3，则∠*BOC* 的度数是（　　）

A．30°　　B．60°　　C．30°或 60°　　D．30°或 150°

【答案】D

【解析】

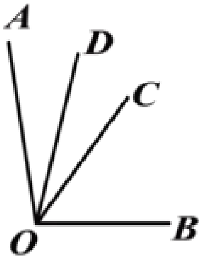
由∠*AOC*=90°，∠*AOB*：∠*AOC*=2：3，可得

当 *B* 在∠*AOC* 内侧时，可以知道∠*AOB* $=\frac{2}{3}\times$ 90°=60°，∠*BOC*=30°；

当 *B* 在∠*AOC* 外侧时，∠*BOC*=150°.

故选：D．

5．如图所示，OC、OD 分别是$\angle AOB$、$\angle AOC$ 的平分线，且$\angle COD=30°$，则$\angle AOB$ 为（　　）



A．100°　　B．120°　　C．135°　　D．150°

【答案】B

【解析】∵∠COD=30°，OD 是∠AOC 的角平分线

∴∠AOD=30°，∴∠AOC=60°

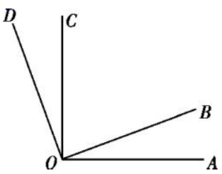
∵OC 是∠AOB 的角平分线

∴∠COB=60°

∴∠AOB=120°

故选：B．

7．如图,∠AOB=∠COD,若∠AOD=110°,∠BOC=70°,则以下结论正确的有(　　)

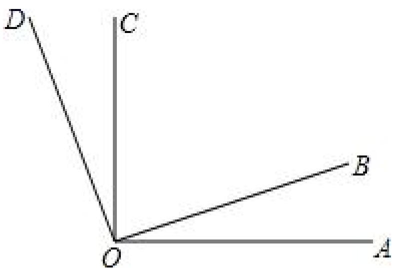


①∠AOC=∠BOD=90°;②∠AOB=20°;③∠AOB=∠AOD-∠AOC;④∠AOB=$\frac{2}{11}$∠BOD.

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【答案】C

【解析】解：如图，



∵∠AOB=∠COD，∠AOD=110°，∠BOC=70°，

∴∠AOD=∠BOC+2∠COD=70°+2∠COD=110°，则∠AOB=∠COD=20°．

①∵∠AOB=∠COD，

∴∠BOC+∠AOB=∠BOC+∠COD=90°，即∠AOC=∠BOD=90°，故①正确；

②∠AOB=∠COD=20°．故②正确；

③由①知，∠AOC=∠BOD=90°，

∴∠AOB=∠AOD-∠BOD=∠AOD-∠AOC，

故③正确；

④∵∠AOB=20°，∠BOD=90°，

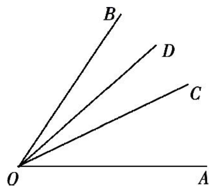
∴∠AOB=$\frac{2}{9}$∠BOD．

故④错误．

综上所述，正确的结论有 3 个．

故选：C．

8．如图所示,OC 是∠AOB 的平分线,OD 是∠BOC 的平分线,那么下列各式正确的是(　　)



A．∠COD=$\frac{1}{2}$∠AOB　　B．∠AOD=$\frac{2}{3}$∠AOB

C．∠BOD=$\frac{1}{3}$∠AOB　　D．∠BOC=$\frac{2}{3}$∠AOD

【答案】D

【解析】

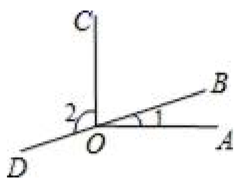
解：∵OC 是∠AOB 的平分线，OD 是∠BOC 的平分线，

∴∠BOC=∠AOC=$\frac{1}{2}$∠AOB，∠BOD=$\frac{1}{2}$∠AOC=$\frac{1}{2}$∠BOC，

∴∠BOC=$\frac{2}{3}$∠AOD，

故选 D．

9．如图，点 B，O，D 在同一直线上，若∠1＝15°，∠2＝105°，则∠AOC 的度数是(　　)



A．75°　　　　B．90°　　　　C．105°　　　　D．125°

【答案】B

【解析】∵∠2=105°，∴∠BOC=180°-∠2=75°，∴∠AOC=∠1+∠BOC=15°+75°=90°．

故选 B．

10．射线 OC 在 $\angle AOB$ 内部，下列条件不能说明 OC 是 $\angle AOB$ 的平分线的是（　　）

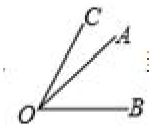
A． $\angle AOC=\frac{1}{2}\angle AOB$　　　　B． $\angle \mathrm{BOC}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}$

C． $\angle AOC+\angle BOC=\angle AOB$　　　　D． $\angle AOC=\angle BOC$

【答案】C

【解析】解：A、当∠AOC= $\frac{1}{2}$ ∠AOB 时，OC 一定在∠AOB 的内部且 OC 是∠4OB 的平分线，故本选项正确；

B、当 $\angle \mathrm{BOC}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}$ 时，OC 一定在∠A0B 的内部且 OC 是∠A0B 的平分线，故本选项正确；

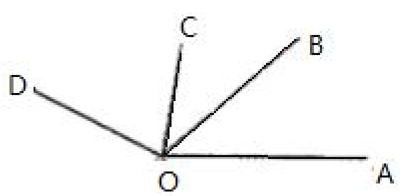


C、当 $\angle AOC+\angle BOC=\angle AOB$，只能说明 OC 在∠AOB 的内部，但不能说明 OC 平分∠AOB，故本选项错误；

D、当∠AOC=∠BOC 时，OC 一定在∠AOB 的内部且 OC 是∠AOB 的平分线，故本选项正确.

故选 C.

11．如图所示，OB 是 $\angle AOC$ 的平分线，OC 是 $\angle AOD$ 的平分线，若 $\angle COD=76°$，那么 $\angle AOD=$______ $\angle BOC=$_____.



【答案】152°　　38°

【解析】∵ OC 是 $\angle AOD$ 的平分线，$\angle COD=76°$

$\therefore \angle AOC=\angle COD=76°, \angle AOD=2\angle COD=2\times 76°=152°$

∵ OB 是 $\angle AOC$ 的平分线

$\therefore \angle BOC=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times 76^\circ=38^\circ$

故答案为：152°；38°．

12．若 $\angle AOB=36^\circ$，以 OB 为一边画一个 $\angle BOC=20^\circ$，则 $\angle AOC$ 的度数是________．

【答案】56°或 16°

【解析】以 O 为顶点，OB 为一边作∠BOC=20°有两种情况：

①当∠BOC 的一边 OC 在∠AOB 外部时，则∠AOC=∠AOB+∠BOC=36°+20°=56°；

②当∠BOC 的一边 OC 在∠AOB 内部时，则∠AOC=∠AOB-∠BOC=36°-20°=16°；

故答案为：56°或 16°

13． $\angle\alpha=37^\circ49'40''$， $\angle\beta=52^\circ10'20''$， $\angle\beta-\angle\alpha=$____________

【答案】14°20'40″

【解析】

$\because \angle\alpha=37^\circ49'40''$， $\angle\beta=52^\circ10'20''$

$\therefore \angle\beta-\angle\alpha=52^\circ10'20''-\angle 37^\circ49'40''=14^\circ20'40''$

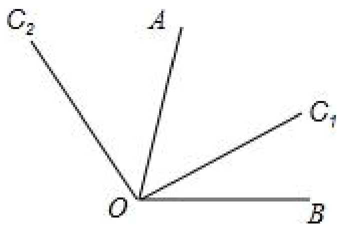
故答案为：14°20'40″

14．已知∠AOB=70°，以 O 为端点作射线 OC，使∠AOC=42°，则∠BOC 的度数为______．

【答案】112°或 28°

【解析】

如图,



当点 C 与点 C1 重合时,∠BOC=∠AOB−∠AOC=70°−42°=28°;

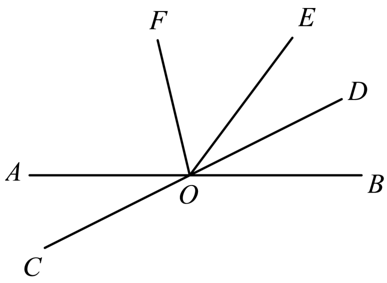
当点 C 与点 C2 重合时,∠BOC=∠AOB+∠AOC=70°+42°=112°

故答案为 112°或 28°.

15．如图，直线 AB，CD 相交于点 O，OD 平分∠BOE，OF 平分∠AOD．

（1）若∠AOC＝32°，求∠EOF 的度数；

（2）若∠EOF＝60°，求∠AOC 的度数.



【答案】（1）42°；（2）20°.

【解析】（1）∵∠AOC=32°，

∴∠AOD=180°-∠AOC=148°，

∵OF 平分∠AOD，

∴∠AOF=∠DOF=74°，

∵直线 AB、CD 相交于点 O，

∴∠AOC=∠BOD=32°，

∵OD 平分∠BOE，

∴∠BOD=∠EOD=32°,

∴∠EOF=∠DOF-∠EOD=74°-32°=42°；

（2）设∠AOC=∠BOD=x°,则∠DOF=∠DOE+∠EOF=（x+60）°,

∵OF 平分∠AOD,

∴∠AOD=2∠DOF=(2x+120)°，

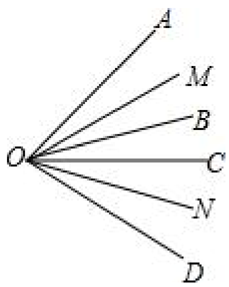
∵∠AOD+∠BOD=180°，

∴2x+120+x=180,

∴x=20,

∴∠AOC=20°.

16．如图所示，已知 OB，OC 是∠AOD 内部的两条射线，OM 平分∠AOB，ON 平分∠COD．



（1）若∠BOC=25°，∠MOB=15°，∠NOD=10°，求∠AOD 的大小；

（2）若∠AOD=75°，∠MON=55°，求∠BOC 的大小；

（3）若∠AOD=α，∠MON=β，求∠BOC的大小(用含α，β的式子表示).

【答案】（1）∠AOD= 75°；（2）∠BOC=35°；（3）$\angle BOC=2\beta-\alpha$.

【解析】解：（1）∵OM 平分∠AOB，ON 平分∠COD

∴∠AOB=2∠MOB=30°，∠COD=2∠NOD=20°

∴∠AOD=∠AOB+∠BOC+∠COD=30°+25°+20°=75°

（2）∵∠AOD=75°，∠MON=55°，

∴∠AOM+∠DON=∠AOD-∠MON=20°，

∵∠BOM+∠CON=∠AOM+∠DON=20°，

∴∠BOC=∠MON-（∠BOM+∠CON）=55°-20°=35°，

（3）∵OM 平分∠AOB，ON 平分∠COD，

∴∠AOM=∠BOM=$\frac{1}{2}$∠AOB，∠CON=∠DON=$\frac{1}{2}$∠COD，

∵∠BOC=∠MON-∠BOM-∠CON

=∠MON-$\frac{1}{2}$∠AOB-$\frac{1}{2}$∠COD=∠MON-$\frac{1}{2}$（∠AOB+∠COD）

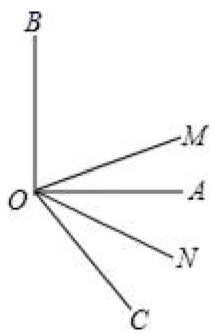
=∠MON-$\frac{1}{2}$（∠AOD-∠BOC）

=β-$\frac{1}{2}$（α-∠BOC）

=β-$\frac{1}{2}$α+$\frac{1}{2}$∠BOC，

∴∠BOC=2β-α.

17．如图，∠*AOB* 是直角，∠*AOC*＝50°，*ON* 是∠*AOC* 的平分线，*OM* 是∠*BOC* 的平分线，求∠*MON* 的大小？



【答案】45°

【解析】∵∠*AOB* 是直角，

∴∠*AOB*＝90°.

∴∠BOC＝∠AOB+∠AOC

＝90°+50°＝140°．

∵OM 平分∠BOC，

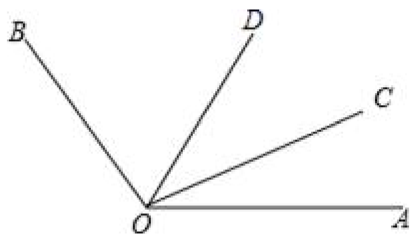
∴∠COM＝$\frac{1}{2}$∠BOC＝70°．

∵ON 平分∠AOC，

∴∠CON＝$\frac{1}{2}$∠AOC＝25°．

∴∠MON＝∠COM－∠CON＝70°－25°＝45°．

18．如图，已知∠AOC：∠BOC＝1：4，OD 平分∠AOB，且∠COD＝36°，求∠AOB 的度数．



【答案】120°

【解析】

设∠AOC＝x°，则∠BOC、∠AOB、∠AOD 均可用 x 表示出来，由∠COD＝36°来列方程，求 x．

解：设∠AOC＝x°，则∠BOC＝4x°．

∵OD 平分∠AOB，

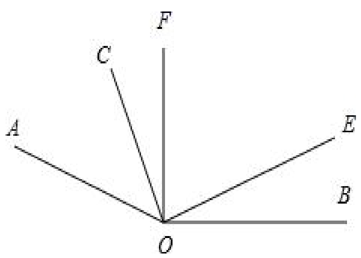
∴∠AOD＝$\frac{1}{2}$∠AOB＝$\frac{1}{2}$ (x°＋4x°)＝2.5x°．

又∵∠COD＝∠AOD－∠AOC，

∴2.5x°－x°＝36°．x＝24．

∴∠AOB＝∠AOC＋∠BOC＝x°＋4x°＝120°．

19．已知．如图，∠AOB=160°，∠COE=80°，OF 平分∠AOE，已知∠COF=14°，求∠BOE。



【答案】28°

【解析】解：∵OF 平分∠AOE，

∴∠AOE＝2∠EOF，

∵∠AOE＝∠AOB−∠BOE，

∴2∠EOF＝∠AOB−∠BOE，

∴2（∠COE−∠COF）＝∠AOB−∠BOE，

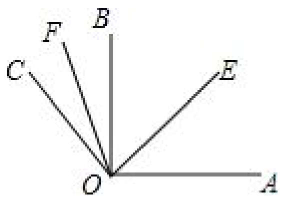
∵∠AOB＝160°，∠COE＝80°，

∴160°−2∠COF＝160°−∠BOE，

∴∠BOE＝2∠COF，

∴若∠COF＝14°时，∠BOE＝28°；

20．如图，已知∠AOB=90°，∠EOF=60°，OE 平分∠AOB，OF 平分∠BOC，求∠COB 和∠AOC 的度数．



【答案】∠COB=30°，∠AOC=120°

【解析】

$\because \angle AOB = 90^\circ$，OE 平分 $\angle AOB$，

$\therefore \angle BOE = 45^\circ$，

又 $\because \angle EOF = 60^\circ$，

$\therefore \angle FOB = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$，

$\because$ OF 平分 $\angle BOC$，

$\therefore \angle COB = 2\times 15^\circ = 30^\circ$，

$\therefore \angle AOC = \angle BOC + \angle AOB = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$.