

## 第十六讲 余角和补角

### 【课程解读】

#### ——小学初中课程解读——

小学课程	初中课程
小学数学中，要求知道平角与周角，了解周角、平角、钝角、直角、锐角之间的大小关系；能用量角器量指定角的度数，能画指定度数的角，会用三角尺画 $30^\circ$ ， $45^\circ$ ， $60^\circ$ ， $90^\circ$ 角。	初中数学中，理解角的概念，能比较角的大小；认识度、分、秒，会对度、分、秒进行简单的换算，并会计算角的和、差；理解对顶角、余角、补角等概念，探索并掌握对顶角相等、同角（等角）的余角相等，同角（等角）的补角相等的性质。

### 【知识衔接】

#### ——小学知识回顾——

- (1) 1 平角= $180^\circ$ ，1 周角= $360^\circ$ ，1 直角= $90^\circ$ ，1 周角=2 平角=4 直角。  
 (2) 锐角：小于  $90^\circ$  的角叫做锐角；钝角：大于  $90^\circ$  小于  $180^\circ$  的角叫做钝角。

#### ——初中知识链接——

#### 1. 余角与补角的概念

一般情况下，如果两个角的和等于  $90^\circ$  (直角)，我们就说这两个角互为余角，即其中一个角是另一个角的余角。例如， $\angle 1$  与  $\angle 2$  互为余角， $\angle 1$  是  $\angle 2$  的余角， $\angle 2$  也是  $\angle 1$  的余角。

同样，如果两个角的和等于  $180^\circ$  (平角)，就说这两个角互为补角，即其中一个角是另一个角的补角。

#### 2. 余角与补角的性质

等角(同角)的余角相等；等角(同角)的补角相等。

#### 3. 方位角

表示方位的角叫做方位角，是由标准方向线北端或者南端开始顺时针方向到某一直线的夹角。

方位的表示通常用“北偏东多少度”、“北偏西多少度”或者“南偏东多少度”、“南偏西多少度”来表示。“北偏东  $45^\circ$ ”、“北偏西  $45^\circ$ ”、“南偏东  $45^\circ$ ”、“南偏西  $45^\circ$ ”，分别称为“东北方向”、“西北方向”、“东南方向”、“西南方向”。

说明:用量角器画射线要注意两点:一是先从正南或正北方向作角的始边,二要分清东南西北,理解偏东、偏西的意义.

**【经典题型】**

**小学经典题型**

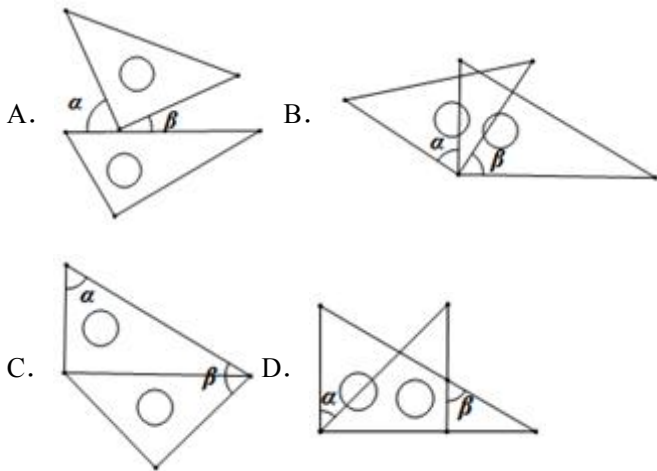
1. 从7:00到7:30,分针旋转了( )。
 

A.  $30^\circ$                       B.  $90^\circ$                       C.  $180^\circ$
2. 当3:30时,钟面上时针与分针所夹的较小角是( ) $90^\circ$ 度。(填大于、小于或等于)
3. 三角形不可能有两个钝角。( )
4. 钟面上6时整,时针与分针形成的角是平角。( )
5. 从6:00到12:00时针旋转了 $180^\circ$ 。( )

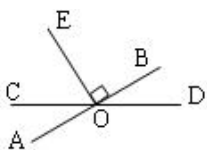
**初中经典题型**

1. 若 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 互为补角,且 $\angle\alpha$ 是 $\angle\beta$ 的3倍,则 $\angle\beta$ 为( )
 

A.  $45^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $90^\circ$                       D.  $135^\circ$
2. 一副直角三角板有不同的摆放方式,图中满足 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 相等的摆放方式是( )



3. 如图,直线AB,CD相交于点O,OE $\perp$ AB于O, $\angle$ COE= $55^\circ$ ,则 $\angle$ BOD的度数是( )

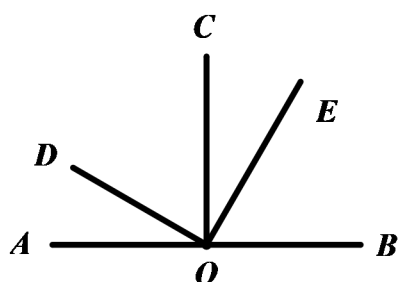


- A.  $35^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $40^\circ$

4. 如果一个角是  $50^\circ$ ，那么它的余角的度数是( )。
- A.  $40^\circ$                       B.  $50^\circ$                       C.  $100^\circ$                       D.  $130^\circ$
5. 若  $\angle A$  与  $\angle B$  互为余角， $\angle A=40^\circ$ ，则  $\angle B=($  )
- A.  $140^\circ$                       B.  $40^\circ$                       C.  $50^\circ$                       D.  $60^\circ$
6. 下列图形中  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互为余角的是 ( )

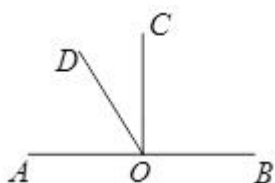


7. 如图所示， $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ ， $\angle AOD = \angle COE$ ，则图中互为余角的共有 ( )

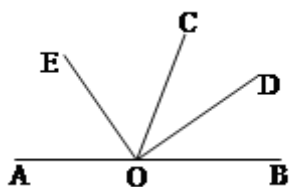


- A. 5对                      B. 4对                      C. 3对                      D. 2对
8. 如果两个不相等的角互为补角，那么这两个角 ( )
- A. 都是锐角                      B. 都是钝角
- C. 一个锐角，一个钝角                      D. 以上答案都不对
9. 若  $\angle A$  与  $\angle B$  互为余角， $\angle A=30^\circ$ ，则  $\angle B$  的补角是 ( )
- A.  $60^\circ$                       B.  $120^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $150^\circ$

10. 已知  $\angle \alpha$  与  $\angle \beta$  互余，且  $\angle \alpha = 35^\circ 18' 23''$ ，则  $\angle \beta =$ \_\_\_\_\_.
11. 已知  $\angle AOB$  和  $\angle COD$  的两边分别互相垂直，且  $\angle COD$  比  $\angle AOB$  的 3 倍少  $60^\circ$ ，则  $\angle COD$  的度数为\_\_\_\_\_.
12. 若  $\angle AOB = 65^\circ$ ，则它的余角是\_\_\_\_\_，它的补角是\_\_\_\_\_.
13. 已知  $\angle AOB = 25^\circ 42'$ ，则  $\angle AOB$  的补角为\_\_\_\_\_.
14. 若  $\angle \alpha$  的余角是它的 2 倍，则  $\angle \alpha$  的度数为\_\_\_\_\_°.
15. 如图，O 是直线 AB 上一点，OC 是  $\angle AOB$  的平分线，若  $\angle AOD = 58^\circ 32'$ ，则  $\angle COD =$ \_\_\_\_\_.



16.  $\angle 1$  和  $\angle 2$  互余,  $\angle 2$  和  $\angle 3$  互补,  $\angle 1=63^\circ$ ,  $\angle 3=$ \_\_\_\_\_。
17. 一个角的余角是这个角的 2 倍, 求这个角的度数?
18. 互补的两个角之差是  $28^\circ$ , 求其中较小角的余角度数.
19. 一个角与它的补角的度数之比为 1:8, 求这个角的余角的度数.
20. 如图, O 是直线 AB 上一点, OC 为任意一条射线, OD 平分  $\angle BOC$ , OE 平分  $\angle AOC$ .

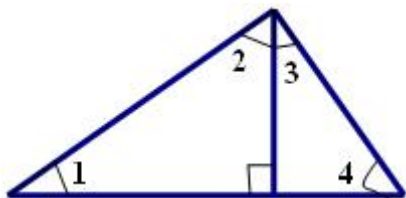


- (1) 指出图中  $\angle AOD$  与  $\angle BOE$  的补角;
- (2) 试判断  $\angle COD$  与  $\angle COE$  具有怎样的数量关系. 并说明理由.

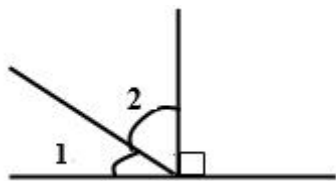
**【实战演练】**

——先作小学题 —— 夯实基础——

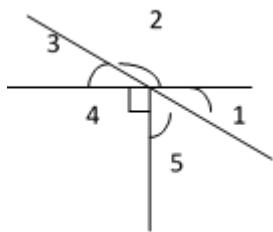
1. 在下面三角形中,  $\angle 1=38^\circ$ ,  $\angle 2+\angle 3=90^\circ$ , 求  $\angle 3$  和  $\angle 4$  各是多少度?



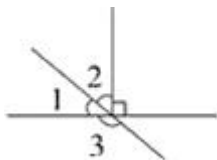
2. 下图中,  $\angle 1=33^\circ$ , 求  $\angle 2$  的度数。(写出必要的计算过程。)



3. 如下图, 已知  $\angle 1=28^\circ$ , 求  $\angle 2$ ,  $\angle 3$ ,  $\angle 5$  的度数.



4. 如图,  $\angle 1=40^\circ$ , 那么  $\angle 2$ 、 $\angle 3$  各是多少度?



5. 下图中 $\angle 1=50^\circ$ ，求 $\angle 2$ ， $\angle 4$ ， $\angle 5$ 的度数。

——再战初中题——能力提升——

1. 一个角的度数是 $40^\circ$ ，那么它的余角的补角度数是（ ）

- A.  $130^\circ$                   B.  $140^\circ$                   C.  $50^\circ$                   D.  $90^\circ$

2. 如果一个角的补角是 $150^\circ$ ，那么这个角的余角的度数是（ ）

- A.  $30^\circ$                   B.  $60^\circ$                   C.  $90^\circ$                   D.  $120^\circ$

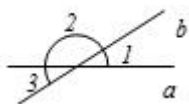
3. 已知 $\angle\alpha = 37^\circ 25'$ ，则 $\angle\alpha$ 的补角是（ ）

- A.  $142^\circ 35'$                   B.  $152^\circ 35'$                   C.  $142^\circ 75'$                   D.  $152^\circ 75'$

4. 若 $\alpha = 27^\circ 25'$ ，则 $\alpha$ 的余角等于（ ）

- A.  $62^\circ 25'$                   B.  $62^\circ 35'$                   C.  $152^\circ 25'$                   D.  $152^\circ 35'$

5. 如图，直线 $a$ ， $b$ 相交于点 $O$ ，因为 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$ ，所以 $\angle 1 = \angle 3$ ，这是根据（ ）



- A. 同角的余角相等    B. 等角的余角相等    C. 同角的补角相等    D. 等角的补角相等

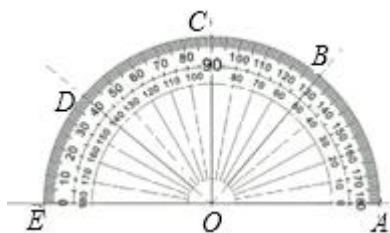
6. 如果 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 互补，且 $\angle\alpha > \angle\beta$ ，则下列表示 $\angle\beta$ 的余角的式子中：① $90^\circ - \angle\beta$ ；② $\angle\alpha - 90^\circ$ ③ $\frac{1}{2}(\angle\alpha + \angle\beta)$ ；④ $\frac{1}{2}(\angle\alpha - \angle\beta)$ 。正确的有（ ）

- A. 4个                  B. 3个                  C. 2个                  D. 1个

7. 如果 $\angle A$ 的补角与 $\angle A$ 的余角互补，那么 $2\angle A$ 是（ ）

- A. 锐角                  B. 直角  
C. 钝角                  D. 以上三种都可能

8. 已用点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）



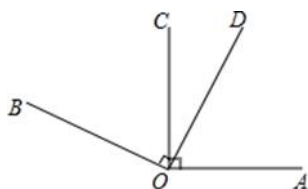
- A.  $\angle AOB = 130^\circ$       B.  $\angle AOB = \angle DOE$   
 C.  $\angle DOC$  与  $\angle BOE$  互补      D.  $\angle AOB$  与  $\angle COD$  互余

9. 下面说法:①若线段  $AC=BC$ ,则  $C$  是线段  $AB$  的中点;②两点之间,直线最短;③延长直线  $AB$ ;④若一个角既有余角又有补角,则它的补角一定比它的余角大.其中正确的有( )

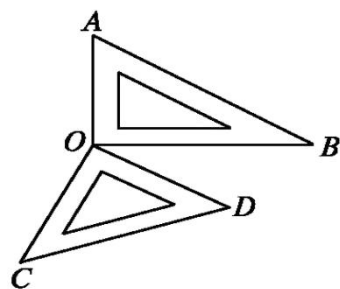
- A. 0 个      B. 1 个      C. 2 个      D. 3 个

10. 若  $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ,  $\angle B + \angle C = 90^\circ$ , 则  $\angle A = \angle C$ , 理由是\_\_\_\_\_.

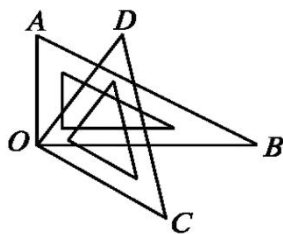
11. 如图,  $OA \perp OC$ ,  $OB \perp OD$ , 垂足都是点  $O$ , 如果  $\angle AOB = 153^\circ$ , 那么  $\angle COD =$ \_\_\_\_\_.



12. 若  $\alpha$  与  $\beta$  互余, 且  $\alpha = 35^\circ$ , 则  $\beta$  的补角为\_\_\_\_\_.
13. 已知  $\angle A = 50^\circ 35'$ , 则  $\angle A$  的余角是\_\_\_\_\_.
14. 一个角的补角是它的余角的 4 倍, 则这个角是\_\_\_\_\_度.
15. 一个角与它的补角之差是  $20^\circ$ , 则这个角的大小是\_\_\_\_\_.
16. 若一个角比它的补角大  $36^\circ 48'$ , 则这个角为\_\_\_\_\_° \_\_\_\_\_'.
17. 将一副三角板按图甲的位置放置.



图甲



图乙

- (1) 那么  $\angle AOD$  和  $\angle BOC$  相等吗?请说明理由;
- (2) 试猜想  $\angle AOC$  和  $\angle BOD$  在数量上有何关系?请说明理由;
- (3) 若将这副三角板按图乙所示摆放, 三角板的直角顶点重合在点  $O$  处. 上述关系还成立吗?请说明理由.

18. 已知一个角的补角等于这个角的余角的4倍，求这个角的度数.

19. 如果一个角的余角是它的补角的 $\frac{2}{5}$ ,求这个角的度数.

20. 一个角的余角比这个角的补角的 $\frac{1}{3}$ 还小 $10^\circ$ ，求这个角.