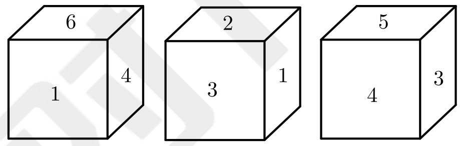
2019~2020学年四川成都金牛区成都外国语学校高一上学期开学考试数学试卷(详解)

一、选择题

（每小题5分，共计100分。）

1. 一正方体六个面上分别写有数字1、2、3、4、5、6，三个人从不同的角度观察的结果如图所示．如果记6的对面的数字为a，2的对面的数字为b，那么$a+b$的为（ ）．



A. 3　　B. 7　　C. 8　　D. 11

【答案】B

【解析】从3个小立方体上的数可知，

与写有数字1的面相邻的面上数字是2，3，4，6，

所以数字1面对数字5，

同理，立方体面上数字3对6，

故立方体面上数字2对4，

则$a=3$，$b=4$，

那么$a+b=3+4=7$，

故应填：7．

故答案选：B．

2. 函数$y=\sqrt{x+1}-\dfrac{1}{x-2}$，则自变量的取值范围是（ ）．

A. $x\geqslant -1$　　B. $x\geqslant -1$且$x\neq 2$　　C. $x\neq 2$　　D. $x>-1$且$x\neq 2$

【答案】B

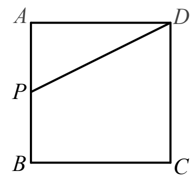
【解析】要使$y=\sqrt{x+1}-\dfrac{1}{x-2}$有意义，

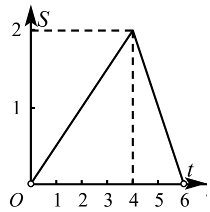
则$\begin{cases} x+1\geqslant 0 \\ x-2\neq 0 \end{cases}$，

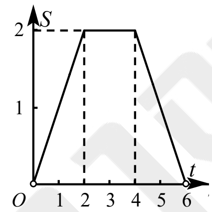
解得$x \geqslant -1$且$x \neq 2$，

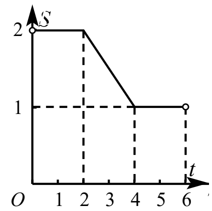
故选B．

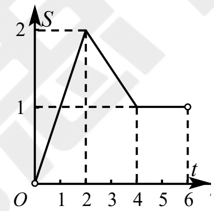
3. 如图，四边形$ABCD$是边长为$2\mathrm{cm}$的正方形，动点P在$ABCD$的边上沿上沿$A-B-C-D$的路径以$1\mathrm{cm/s}$的速度运动（点P不与A，D重合）．在这个运动过程中，$\triangle APD$的面积$S\left(\mathrm{cm}^2\right)$随时间$\mathrm{t(s)}$的变化关系用图象表示，正确的为（ ）．



A. 

B. 

C. 

D. 

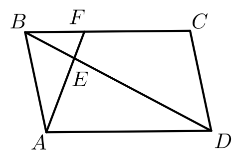
【答案】B

【解析】点P在AB上运动时，$\triangle APD$的面积S将随着时间的增多而不断增大，排除C．

点P在BC上运动时，$\triangle APD$的面积S将随着时间的增多而不再变化，应排除A，D．

故选B．

4. 如图，E是平行四边形$ABCD$的对角线BD上的点，连接AE并延长交BC于点F，且$\dfrac{BF}{BC}=\dfrac{1}{3}$，则$\dfrac{BE}{DE}$是的值是（ ）．



A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

【答案】A

【解析】$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore BC//AD$，

$\therefore \angle EBF=ADE$，$\angle BFE=\angle DAE$，

$\therefore \triangle AED\backsim\triangle FEB$，

$\therefore \dfrac{BE}{DE}=\dfrac{BF}{AD}=\dfrac{BF}{BC}=\dfrac{1}{3}$，

故选A．

5. 把多项式$1-x^2+2xy-y^2$分解因式的结果是（ ）．

A. $(1+x-y)(1-x+y)$

B. $(1-x-y)(1+x-y)$

C. $(1-x-y)(1-x+y)$

D. $(1+x-y)(1+x+y)$

【答案】A

【解析】$1-x^2+2xy-y^2$

$=1-(x^2-2xy+y^2)$

$=1-(x-y)^2$

$=[1+(x-y)]\cdot[1-(x-y)]$

$=(1+x-y)(1-x+y)$．

故选A．

6. 下列各式计算正确的是（ ）．

A. $m^2\cdot m^3=m^6$

B. $\sqrt{16\frac{1}{3}}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{4}{3}\sqrt{3}$

C. $\sqrt[3]{2^3+3^3}=2+3=5$

D. $(a-1)\sqrt{\dfrac{1}{1-a}}=-\sqrt{(1-a)^2\cdot\dfrac{1}{1-a}}=-\sqrt{1-a}(a<1)$

【答案】D

【解析】A 选项：$m^2\cdot m^3=m^{2+3}=m^5$，故A错误；

B 选项：$\sqrt{16\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{49}{3}}=\dfrac{7}{\sqrt{3}}=\dfrac{7}{3}\sqrt{3}$，故B错误；

C 选项：$\sqrt[3]{2^3+3^3}=\sqrt[3]{35}$，故C错误；

D 选项：

$(a-1)\sqrt{\dfrac{1}{1-a}}=-(1-a)\sqrt{\dfrac{1}{1-a}}=-\sqrt{(1-a)^2\cdot\dfrac{1}{1-a}}=-\sqrt{1-a}(a<1)$，故D正确；

故选 D .

7. 对于实数x，我们规定$[x]$表示不大于x的最大整数，例如$[1.2]=1$，$[3]=3$，$[-2.5]=-3$，若$\left[\dfrac{x+4}{10}\right]=5$，则$x$的取值可以是（　）.

A. 40　　B. 45　　C. 51　　D. 56

【答案】C

【解析】要使$\left[\dfrac{x+4}{10}\right]=5$，

则$5\leqslant\dfrac{x+4}{10}<6$，

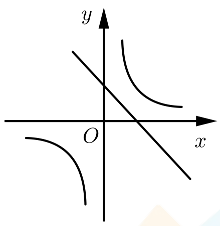
解得$46\leqslant x<56$，

故C符合，

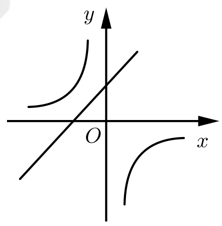
故选C.

8. 函数$y=\dfrac{m}{x}$与$y=mx-m(m\neq 0)$在同一平面直角坐标系中的图象可能是（　）.

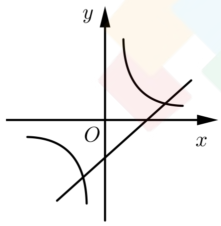
A.



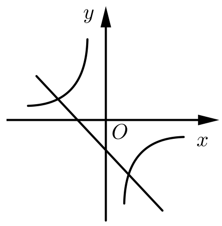
B.



C.



D.



【答案】C

【解析】$y=mx-m$过定点$(1,0)$，排除B 、 D，

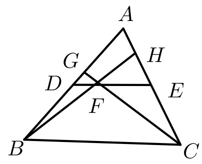
选项A 、 C的双曲线图象均在二、四象限，即$m>0$，

A选项$m<0$，故A错误.

C选项$m>0$，故C错误.

故选C．

9. 如图，DE是$\triangle ABC$的中位线，F为DE上一点，且$EF=2DF$，BF的延长线交AC于点H，CF的延长线交AB于点G，则$S_{四边形AGFH}:S_{\triangle BFC}=$（ ）．



A. $1:10$　　B. $1:5$　　C. $3:10$　　D. $2:5$

【答案】C

【解析】设$DF=x$，$EF=2x$，$S_{\triangle GDF}=S$，

则$DE=3x$，

$\because DE$是$\triangle ABC$的中位线，

$\therefore BC=2DE=6x$，

$\because DE//BC$，

$\therefore \triangle GDF \backsim \triangle GBC$，$\dfrac{GF}{GC}=\dfrac{DF}{BC}=\dfrac{1}{6}$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle GDF}}{S_{\triangle GBC}}=\left(\dfrac{DF}{BC}\right)^2$，

即$\dfrac{s}{S_{\triangle GBC}}=\left(\dfrac{x}{6x}\right)^2=\dfrac{1}{36}$，

$\therefore S_{\triangle GBC}=36S$，

$\because \dfrac{S_{\triangle BGC}}{S_{\triangle GBC}}=\dfrac{GF}{GC}=\dfrac{1}{6}$，

$\therefore S_{\triangle BGF}=6S$，

$\therefore S_{\triangle BFC}=30S$，

$\because EF//BC$，

$\therefore \dfrac{HF}{HB}=\dfrac{EF}{BC}=\dfrac{2x}{6x}=\dfrac{HE}{HC}=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore \dfrac{HF}{BF}=\dfrac{HE}{EC}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore S_{\triangle CFH}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle BCF}=15S$，

$\therefore S_{\triangle BCH}=45S$，

而$AE=CE$，

$\therefore AH:HC=1:3$，

$\therefore S_{\triangle BAH}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCH}=15S$，

$\therefore S_{四边形AGFH}=S_{\triangle BAH}-S_{\triangle BGF}=15S-6S=9S$，

$\therefore S_{四边形AGFH}:S_{\triangle BFC}=9S:30S=3:10$.

故选C.

10. 有五张正面分别标有数字0，1，2，3，4的不透明卡片，它们除数字不同外其余全部相同，现将它们背面朝上，洗匀后从中任取一张，将卡片上的数字记为a，则使关于x的分式方程$\frac{1-ax}{x-2}+2=\frac{1}{2-x}$有正整数解的概率为（ ）.

A. 0　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$

【答案】C

【解析】$\because\frac{1-ax}{x-2}+2=\frac{1}{2-x}$，

$1-ax+2(x-2)=-1$，

$\therefore 1-ax+2x-4=-1$， $\therefore(2-a)x=2$，

则$x=\frac{2}{2-a}$，

由分式方程有正整数解可得$a=0$，1，

$\therefore$使关于x的分式方程$\frac{1-ax}{x-2}+2=\frac{1}{2-x}$，

有正整数解的概率为$\frac{2}{5}$.

故答案为：$\frac{2}{5}$.

故选C.

11. 有五张正面分别标有数字0，1，2，3，4的不透明卡片，它们除数字不同外其余全部相同，现将它们背面朝上，洗匀后从中任取一张，将卡片上的数字记为a，则使关于x的分式方程$\frac{1-ax}{x-2}+2=\frac{1}{2-x}$有正整数解的概率为（ ）.

A. 0　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$

【答案】C

【解析】$\because\frac{1-ax}{x-2}+2=\frac{1}{2-x}$，

$1-ax+2(x-2)=-1$，

$\therefore 1-ax+2x-4=-1$， $\therefore(2-a)x=2$，

则$x=\dfrac{2}{2-a}$，

由分式方程有正整数解可得$a=0$，1，

$\therefore$使关于x的分式方程$\dfrac{1-ax}{x-2}+2=\dfrac{1}{2-x}$，

有正整数解的概率为$\dfrac{2}{5}$.

故答案为：$\dfrac{2}{5}$.

故选C.

12. 关于x的方程$x^2+ax+b-3=0$有实数根，则$a^2+(b-4)^2$的最小值（ ）.

A. 0　　B. 1　　C. 4　　D. 9

【答案】A

【解析】$\because$方程有实数根，

$\therefore \Delta=a^2-4(b-3)=a^2-4b+12\geqslant 0$，

$\therefore a^2\geqslant 4b-12$，

$\therefore a^2+(b-4)^2\geqslant 4b-12+b^2-8b+16$，

即$a^2+(b-4)^2\geqslant (b-2)^2\geqslant 0$.

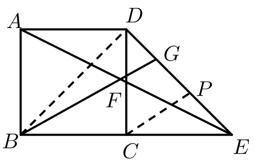
故选A.

13. 已知正方形$ABCD$的边长为1，E为BC边的延长线上一点，$CE=1$，连接AE，与CD交于点F，连接BF并延长与线段DE交于点G，则BG的长为（ ）.

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　　C. $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$

【答案】D

【解析】过点C作$CP//BG$，交DE于点P.



$\because BC=CE=1$，

$\therefore CP$是$\triangle BEG$的中位线，

$\therefore P$为EG的中点.

又$\because AD=CB=1$，$AD//CE$，

在$\triangle ADF$和$\triangle ECF$中，

$$\begin{cases}\angle AFD=\angle EFC\\ \angle ADC=\angle FCE,\\ AD=CE\end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF\cong\triangle ECF\,(\mathrm{AAS})$，

$\therefore CF=DF$，又$CP//FG$，

$\therefore FG$是$\triangle DCP$的中位线，

$\therefore G$为DP的中点．

$\because CD=CE=1$，

$\therefore DE=\sqrt{2}$，

因此$DG=GP=PE=\dfrac{1}{3}DE=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，

连接BD，

易知$\angle BDC=\angle EDC=45^{\circ}$，

所以$\angle BDE=90^{\circ}$．

又$\because BD=\sqrt{2}$，

$\therefore BG=\sqrt{BD^2+DG^2}=\sqrt{2+\dfrac{2}{9}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$．

故选D．

14. 设a，$b\in\mathbf{R}$，则“$\begin{cases}a+b>2\\ ab>1\end{cases}$”是“$a>1$且$b>1$”的（　）．

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充分必要条件

D. 既非充分又非必要条件

【答案】B

【解析】$\because a>1$且$b>1$，

$\therefore a+b>2$且$ab>1$，

若已知$a+b>2$且$ab>1$，可取$a=\dfrac{1}{2}$，$b=8$，也满足已知，

$\therefore$“$a+b>2$且$ab>1$”是“$a>1$且$b>1$”的必要不充分条件，

故选B．

15. 如果关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c>0$的解集为$\{x|x<-2$或$x>4\}$，那么对于函数应有（

）．

A. $f(5)<f(2)<f(-1)$

B. $f(2)<f(5)<f(-1)$

C. $f(-1)<f(2)<f(5)$

D. $f(2)<f(-1)<f(5)$

【答案】D

【解析】$\because$关于x的一元二次不等式$ax^2+bx+c>0$的解集为$\{x|x<-2或x>4\}$，

$\therefore a>0$，函数的对称轴为$x=1$，

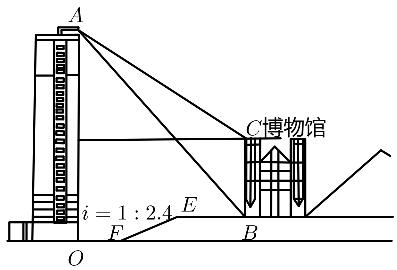
$\therefore f(-1)=f(3)$，函数在$(1,+\infty)$上单调递增，

$\therefore f(2)<f(3)<f(5)$，

$\therefore f(2)<f(-1)<f(5)$．

故选D．

16. "成都自然博物馆"新址坐落在美丽的龙泉山脚下，该馆现有藏品11万余件，是全国中小学生研学实践教育基地，成外某数学兴趣小组，想测量博物馆的高度，他们先在博物馆正对面的大楼楼顶A处，测得博物馆底部B处的俯角为50°，测得博物馆顶端C的俯角为45°，再从楼底O经过平地到达F，再沿着斜坡向上到达E，最后经过平台达到B，测得$OF=20$米，平台EB的长为28.8米，已知，楼OA高为60.5米，斜坡EF的坡度$i=1:2.4$，A、O、F、E、B、C在同一平面内，则博物馆的高约为（　）米．（参考数据：$\tan 50^\circ\approx 1.2$)



A. 10.5

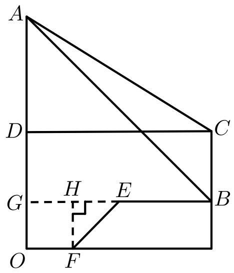
B. 10.0

C. 12.0

D. 12.2

【答案】B

【解析】延长BE交OA于点G，过点F作$FH\perp BG$于点H，



则$GH=OF=20\text{m}$．

设$OG=HF=x\text{m}$，

$\because$斜坡EF的坡度$i=1:2.4$，

则$EH=2.4x\text{m}$．

由题意可知：$\angle ABG=50^\circ$，

故$\tan\angle ABG=\dfrac{AG}{BG}=\tan 50^\circ$

即$\dfrac{60.5-x}{2.4x+20+28.8}\approx 1.2$．

解得：$x\approx 0.5$．

故$BG=2.4\times 0.5+20+28.8=50\text{m}$．

由题意得：$\angle ACD=45^\circ$，

$\therefore\tan 45^\circ=\dfrac{AD}{DC}=1$．

$\therefore AD=DC=BG=50\text{m}$．

$\text{Rt}\triangle ABG$中，$\tan 60^\circ=\dfrac{AG}{BG}\approx 1.2$，

故$AG\approx 1.2BG=60\text{m}$．

$\therefore BC=DG=AG-AD\approx 10.0\text{m}$．

故选B．

17. 关于x的方程$3tx^2+(3-7t)x+4=0$的两根分别为α、β，且满足$0<\alpha<1<\beta<2$，则实数t的取值范围为（ ）．

A. $0<t<5$　　B. $\dfrac{7}{4}<t<\dfrac{17}{4}$　　C. $\dfrac{7}{4}<t<5$　　D. 空集

【答案】C

【解析】依题意，函数$f(x)=3tx^2+(3-7t)x+4$的两个零点α，β满足于$0<\alpha<1<\beta<2$，且函数$f(x)$过点$(0,4)$，则必有$\begin{cases}f(0)>0\\f(1)<0,\\f(2)>0\end{cases}$

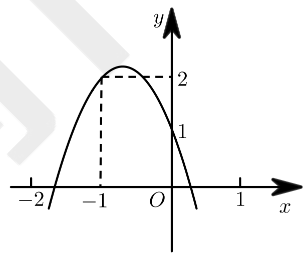
即$\begin{cases}4>0\\3t+3-7y+4<0\\12t+6-14t+4>0\end{cases}$，

解得：$\dfrac{7}{4}<t<5$．

故答案为：$\dfrac{7}{4}<t<5$．

故选C．

18. 如图，二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图象经过点$(-1,2)$，且与x轴交点的横坐标分别为x_1，x_2，其中$-2<x_1<-1$，$0<x_2<1$，下列结论：①$4a-2b+c<0$；②$2a-b<0$；③$a<0$；④$b^2+8a>4ac$，其中正确的有（　）．



A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

【答案】D

【解析】由图知：抛物线的开口向下，则$a<0$；

抛物线的对称轴$x=-\dfrac{b}{2a}>-1$，且$c>0$；

①由图可得：当$x=-2$时，$y<0$，

即$4a-2b+c<0$，故①正确；

②已知$x=-\dfrac{b}{2a}>-1$，且$a<0$，

所以$2a-b<0$，故②正确；

③函数开口向下，

$\therefore a<0$，

所以③正确；

④由于抛物线的对称轴大于-1，所以抛物线的顶点纵坐标应该大于2，

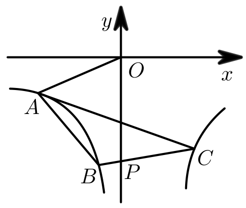
即：$\dfrac{4ac-b^2}{4a}>2$，由于$a<0$，所以$4ac-b^2<8a$，

即$b^2+8a>4ac$，故④正确；

因此正确的结论是①②③④．

故选D．

19. 如图所示，已知双曲线$y=\dfrac{5}{x}(x<0)$和$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$，直线OA与双曲线$y=\dfrac{5}{x}$交于点A，将直线OA向下平移与双曲线$y=\dfrac{5}{x}$交于点B，与y轴交于点P，与双曲线$y=\dfrac{k}{x}$交于点C，$S_{\triangle ABC}=6$，$\dfrac{BP}{CP}=\dfrac{1}{2}$，则$k=$（　）.



A. -6　　B. -4　　C. -3　　D. -2

【答案】B

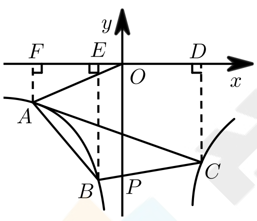
【解析】设$A(x_a,y_a)$，$B(x_b,y_b)$，$C(x_c,y_c)$，

$\because A$、B在双曲线$y=\dfrac{5}{x}(x<0)$上，C在双曲线$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$上，则有$x_ay_a=x_by_b=5$，$x_cy_c=k$，

$\because OA//BC$，

$\therefore \dfrac{y_a}{x_a}=\dfrac{y_b-y_c}{x_b-x_c}$，整理得$y_ax_b-y_ax_c=x_ay_b-x_ay_c$，①

过点A作$AF\perp x$轴于点F，$BE\perp x$轴于点E，$CD\perp x$轴于点D，



$\because S_{\triangle ABC}=S_{AFEB}+S_{BEDC}-S_{AFDC}=6$，

$\therefore \dfrac{1}{2}(AF+BE)\times EF+\dfrac{1}{2}(BE+CD)\times DE-\dfrac{1}{2}(AF+CD)\times DF=6$，

代入坐标得：

$-\dfrac{1}{2}(y_a+y_b)(x_b-x_a)-\dfrac{1}{2}(y_b+y_c)(x_c-x_b)+\dfrac{1}{2}(y_a+y_c)(x_c-x_a)=6$，

整理得$-y_ax_b+x_ay_b-y_bx_c+y_cx_b+y_ax_c-x_ay_c=12$，②

①②联立得：$-y_bx_c+y_cx_b=12$，③

由$\dfrac{BP}{CP}=\dfrac{1}{2}$，可得：$\dfrac{x_b}{x_c}=-\dfrac{1}{2}$，

则$x_b=-\dfrac{1}{2}x_c$，

$y_b=\dfrac{5}{x_b}=-\dfrac{10}{x_c}$，

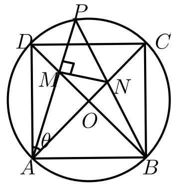
代入③得：$10-\dfrac{1}{2}x_cy_c=12$，

解得：$x_c y_c=-4$，

故$k=-4$，

故选B．

20. 如图，正方形$ABCD$内接于$\odot O$，P为劣弧CD上一点，PA交BD于点M，PB交AC于点N，记$\angle PAC=\theta$，若$MN\perp PA$．则$2\cos^2\theta-\tan\theta$的值等于（　）．



A. 1　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

【答案】A

【解析】设$\odot O$的半径为1，则$AC=2$，连接PC，则$\angle APC=90^\circ$，

在$\mathrm{Rt}\triangle APC$中，$PA=AC\cdot\cos\theta=2\cos\theta$，

在$\mathrm{Rt}\triangle AOM$中，$AM=\frac{AO}{\cos\theta}=\frac{1}{\cos\theta}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle AMN$中，$MN=AM\cdot\tan\theta=\frac{\tan\theta}{\cos\theta}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle PMN$中，

$\because\angle MPN=\angle APB=\angle AOB=45^\circ$，

$\therefore PM=MN=\frac{\tan\theta}{\cos\theta}$，

$\because AM+PM=AP$，

$\therefore\frac{1}{\cos\theta}+\frac{\tan\theta}{\cos\theta}=2\cos\theta$，

$\therefore 2\cos^2\theta-\tan\theta=1$．

故选A．