工作秘密 严禁外传
擅自泄露 严肃追责

# 成都市2019级高中毕业班摸底测试

# 数　学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

**注意事项:**

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

## 第Ⅰ卷(选择题,共60分)

**一、选择题:**本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

**1.** 设全集 $U=\{x\in \mathbf{N}^*\mid x<9\}$,集合 $A=\{3,4,5,6\}$,则 $\complement_U A=$

(A) $\{1,2,3,8\}$　　(B) $\{1,2,7,8\}$　　(C) $\{0,1,2,7\}$　　(D) $\{0,1,2,7,8\}$

**2.** 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2(2-x), & x<1,\\ e^x, & x\geqslant 1.\end{cases}$ 则 $f(-2)+f(\ln 4)=$

(A) 2　　(B) 4　　(C) 6　　(D) 8

**3.** 某校为增强学生垃圾分类的意识,举行了一场垃圾分类知识问答测试,满分为100分.如图所示的茎叶图为某班20名同学的测试成绩(单位:分).则这组数据的极差和众数分别是

| 茎 | 叶 |
|---|---|
| 6 | 8 |
| 7 | 2 3 3 6 |
| 8 | 1 2 2 8 8 8 9 |
| 9 | 0 1 1 3 5 7 7 8 |

(A) 20,88　　(B) 30,88

(C) 20,82　　(D) 30,91

**4.** 若实数 $x,y$ 满足约束条件 $\begin{cases}2x-y\geqslant 0,\\ x+y-4\leqslant 0,\\ y\geqslant 0.\end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的最大值为

(A) $-4$　　(B) 0　　(C) 2　　(D) 4

5. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一个焦点到其中一条渐近线的距离为 $2a$，则该双曲线的渐近线方程为

(A) $y=\pm 2x$　　(B) $y=\pm\frac{1}{2}x$

(C) $y=\pm x$　　(D) $y=\pm\sqrt{2}x$

6. 记函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$. 若 $f(x)=e^x\sin 2x$，则 $f'(0)=$

(A) 2　　(B) 1　　(C) 0　　(D) $-1$

7. 已知 $M$ 为圆 $(x-1)^2+y^2=2$ 上一动点，则点 $M$ 到直线 $x-y+3=0$ 的距离的最大值是

(A) $\sqrt{2}$　　(B) $2\sqrt{2}$

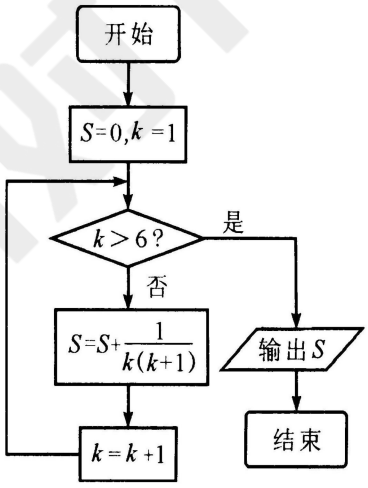
(C) $3\sqrt{2}$　　(D) $4\sqrt{2}$

8. 已知直线 $l_1: x+y+m=0$，$l_2: x+m^2y=0$. 则“$l_1 // l_2$”是“$m=1$”的

(A)充分不必要条件　　(B)必要不充分条件

(C)充要条件　　(D)既不充分也不必要条件

9. 执行如图所示的程序框图，则输出的 $S$ 的值是




(A) $\frac{4}{5}$　　(B) $\frac{5}{6}$

(C) $\frac{6}{7}$　　(D) $\frac{7}{8}$

10. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，已知 $PA\perp$ 平面 $ABC$，$PA=AB=BC=2$，$AC=2\sqrt{2}$. 若该三棱锥的顶点都在同一个球面上，则该球的表面积为

(A) $4\pi$　　(B) $10\pi$　　(C) $12\pi$　　(D) $48\pi$

11. 已知函数 $f(x)=\frac{a}{x+1}$，$g(x)=\ln x$. 若对任意 $x_1,x_2\in(0,2]$，且 $x_1\neq x_2$，都有

$$\frac{g(\frac{x_2}{x_1})-f(x_1)+f(x_2)}{x_2-x_1}>-1$$，则实数 $a$ 的取值范围是

(A) $(-\infty,\frac{27}{4}]$　　(B) $(-\infty,2]$　　(C) $(-\infty,\frac{27}{2}]$　　(D) $(-\infty,8]$

12. 设抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 $F$，准线为 $l$，过抛物线上一点 $A$ 作 $l$ 的垂线，垂足为 $B$，设 $C(2p,0)$，$AF$ 与 $BC$ 相交于点 $D$. 若 $|CF|=|AF|$，且 $\triangle ACD$ 的面积为 $2\sqrt{2}$，则点 $F$ 到准线 $l$ 的距离是

(A) $\sqrt{2}$　　(B) $\sqrt{3}$　　(C) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$　　(D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

## 第Ⅱ卷(非选择题,共 90 分)

**二、填空题**:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡上.

**13.** 设复数 $z=\frac{1+2i}{i}$(i 为虚数单位),则 $|z|=$_____.

**14.** 一个路口的红绿灯,红灯的时间为 30 秒,黄灯的时间为 5 秒,绿灯的时间为 40 秒. 当你到达该路口时,看见不是红灯的概率是_____.

**15.** 已知关于 $x,y$ 的一组数据:

| $x$ | 1 | $m$ | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0.5 | 0.6 | $n$ | 1.4 | 1.5 |

根据表中这五组数据得到的线性回归直线方程为 $\hat{y}=0.28x+0.16$,则 $n-0.28m$ 的值为_____.

**16.** 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,当 $x>0$ 时,$f(x)=\begin{cases}2^{|x-1|}-1, 0<x\leqslant 2,\\ \frac{1}{2}f(x-2), x>2.\end{cases}$ 有下列结论:

①函数 $f(x)$ 在 $(-6,-5)$ 上单调递增;

②函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y=x$ 有且仅有 2 个不同的交点;

③若关于 $x$ 的方程 $[f(x)]^2-(a+1)f(x)+a=0(a\in\mathbf{R})$ 恰有 4 个不相等的实数根,则这 4 个实数根之和为 8;

④记函数 $f(x)$ 在 $[2k-1,2k](k\in\mathbf{N}^*)$ 上的最大值为 $a_k$,则数列 $\{a_n\}$ 的前 7 项和为 $\frac{127}{64}$.

其中所有正确结论的编号是_____.

**三、解答题**:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

**17.** (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{a}{2}x^2-2x+\frac{5}{6}$,其中 $a\in\mathbf{R}$. 若函数 $f(x)$ 的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线与直线 $2x+y-1=0$ 平行.

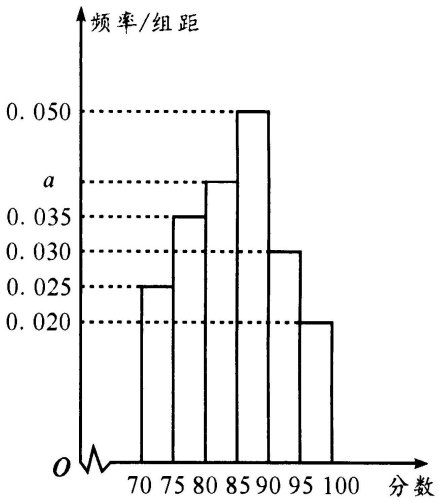
(Ⅰ)求 $a$ 的值;

(Ⅱ)求函数 $f(x)$ 的极值.

**18.** (本小题满分 12 分)

"2021 年全国城市节约用水宣传周"已于 5 月 9 日至 15 日举行. 成都市围绕"贯彻新发展理念,建设节水型城市"这一主题,开展了形式多样,内容丰富的活动,进一步增强全民保护水资源,防治水污染,节约用水的意识. 为了解活动开展成效,某街道办事处工作人员赴一小区调

查住户的节约用水情况，随机抽取了 300 名业主进行节约用水调查评分，将得到的分数分成 6 组：[70,75)，[75,80)，[80,85)，[85,90)，[90,95)，[95,100]，得到如图所示的频率分布直方图.

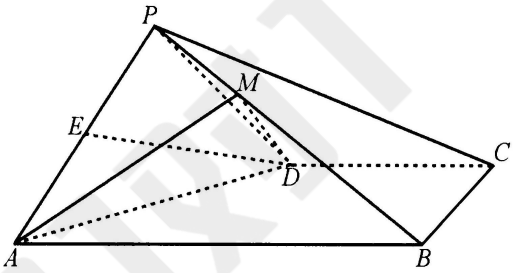



（Ⅰ）求 $a$ 的值，并估计这 300 名业主评分的中位数；

（Ⅱ）若先用分层抽样的方法从评分在[90,95)和[95,100]的业主中抽取 5 人，然后再从抽出的这 5 位业主中任意选取 2 人作进一步访谈，求这 2 人中至少有 1 人的评分在[95,100]的概率.

**19.**（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$DC \parallel AB$，$BC \perp AB$，$E$ 为棱 $AP$ 的中点，$AB=4$，$PA=PD=DC=BC=2$.




（Ⅰ）求证：$DE \parallel$ 平面 $PBC$；

（Ⅱ）若平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$，$M$ 是线段 $BP$ 上的点，且 $BM=2MP$，求二面角 $M-AD-B$ 的余弦值.

**20.**（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点分别为 $F_1,F_2$，点 $P$ 在椭圆 $C$ 上，$|PF_1|=2$，$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$，且椭圆 $C$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 $C$ 的方程；

（Ⅱ）设直线 $l:y=kx+m\ (m\neq 0)$ 与椭圆 $C$ 相交于 $A,B$ 两点，$O$ 为坐标原点. 求△$OAB$ 面积的最大值.

**21.**（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=2ax-\ln x$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）当 $a>0$ 时，若 $x_1,x_2(0<x_1<x_2)$ 满足 $f(x_1)=f(x_2)$，证明：$f(2ax_1)+f(2ax_2)>4a^2(x_1+x_2)$.

**22.**（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\alpha,\\ y=\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数）. 以 $O$ 为极点，$x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 $l$ 的极坐标方程为 $\sqrt{3}\rho\cos\theta-\rho\sin\theta+\sqrt{3}=0$.

（Ⅰ）求曲线 $C$ 的普通方程和直线 $l$ 的直角坐标方程；

（Ⅱ）在曲线 $C$ 上任取一点 $(x,y)$，保持纵坐标 $y$ 不变，将横坐标 $x$ 伸长为原来的 $\sqrt{3}$ 倍得到曲线 $C_1$. 设直线 $l$ 与曲线 $C_1$ 相交于 $M,N$ 两点，点 $P(-1,0)$，求 $|PM|+|PN|$ 的值.