

2020~2021学年四川成都金牛区成都市第十八中学高二上学期开学考试数学试卷

一、选择题

爱智 (本大题共12小题, 每小题5分, 共60分)

1. 已知全集 $U = \{x | 1 \leq x \leq 7, x \in \mathbf{Z}\}$, $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) = ()$.

- A. $\{2, 4\}$ B. $\{1, 3, 5, 6, 7\}$ C. $\{6\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$

2. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q = 2$, 前 n 项和为 S_n , 则 $\frac{S_4}{a_2} = ()$.

- A. 2 B. 4 C. $\frac{15}{2}$ D. $\frac{17}{2}$

3. 函数 $y = \log_2 \frac{2-x}{2+x}$ 的图象 ().

- A. 关于原点对称 B. 关于直线 $y = -x$ 对称
C. 关于 y 轴对称 D. 关于直线 $y = x$ 对称

4. 关于直线 m, n 与平面 α, β , 有以下四个命题:

- ①若 $m // \alpha, n // \beta$ 且 $\alpha // \beta$, 则 $m // n$; ②若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$;
③若 $m \perp \alpha, n // \beta$ 且 $\alpha // \beta$, 则 $m \perp n$; ④若 $m // \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m // n$;

其中真命题的序号是 ().

- A. ①② B. ③④ C. ①④ D. ②③

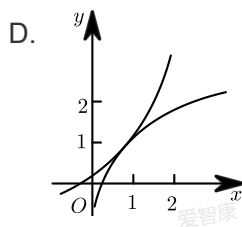
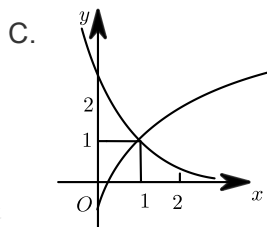
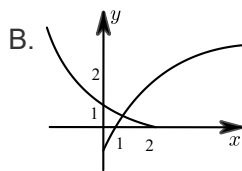
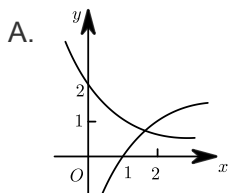
5. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{1-x}, & x \leq 1 \\ 1 - \log_2 x, & x > 1 \end{cases}$, 则满足 $f(x) \leq 2$ 的 x 的取值范围是 ().

- A. $[-1, 2]$ B. $[0, 2]$ C. $[1, +\infty)$ D. $[0, +\infty)$

6. 已知 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = \sqrt{2}$ 且 $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$, 则向量 \vec{a} 与向量 \vec{b} 的夹角是 ().

- A. 30° B. 45° C. 90° D. 135°

7. 函数 $f(x) = 1 + \log_2 x$ 与 $g(x) = 2^{-x+1}$ 在同一直角坐标系下的图象大致是 ().



8. 点 P 在直线 $x + y - 4 = 0$ 上, O 为原点, 则 $|OP|$ 的最小值是 () .

- A. 2 B. $\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{10}$

9. 已知点 $P(x, y)$ 在不等式组 $\begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 2 \geq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域上运动, 则 $z = x - y$ 的取值范围是 () .

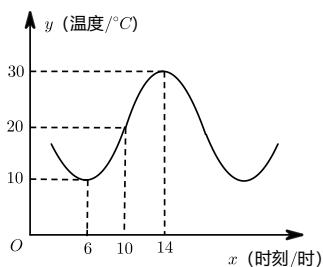
- A. $[-2, -1]$ B. $[-2, 1]$ C. $[-1, 2]$ D. $[1, 2]$

10. 设 $a > 0, b > 0$, 若 $\sqrt{3}$ 是 3^a 与 3^b 的等比中项, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值是 () .

- A. $\frac{1}{4}$ B. 1 C. 4 D. 8

11. 如图所示是某市夏季某一天从6时到14时的温度变化曲线, 若该曲线近似地满足

$y = A \sin(\omega x + \varphi) + B (A > 0, \omega > 0)$, 则该市这一天中午12时天气的温度大约是 () .



- A. 25° B. 26° C. 27° D. 28°

12. 当 $x \in (1, 2)$ 时, 不等式 $(x - 1)^2 < \log_a x$ 恒成立, 则 a 的取值范围是 () .

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(1, 2]$ D. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

二、填空题

(本大题共4小题, 每小题5分, 共20分)

13. 函数 $f(x) = \lg(x-1) + \sqrt{3-x}$ 的定义域为 _____ .

14. 若 $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos\left(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha\right) =$ _____ .

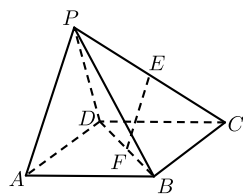
15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 设 $\vec{m} = (a+b, \sin C)$, $\vec{n} = (\sqrt{3}a+c, \sin B - \sin A)$, 若 $\vec{m} \parallel \vec{n}$, 则角 $B =$ _____ .

16. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = -f(x)$, 且 $f(x)$ 是偶函数, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = x^2$. 若在区间 $[-1, 3]$ 上, 函数 $g(x) = f(x) - kx - k$ 有 4 个零点, 则实数 k 的取值范围为 _____ .

三、解答题

(本大题共 6 小题, 共 70 分)

17. 如图所示, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 为矩形, $\triangle PAD$ 为等腰三角形, $\angle APD = 90^\circ$, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $AB = 1, AD = 2$, E, F 分别为 PC, BD 的中点.



(1) 证明: $EF \parallel$ 平面 PAD .

(2) 证明: 平面 $PDC \perp$ 平面 PAD .

(3) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.

18. 已知向量 $\vec{a} = (\sqrt{3} \sin \omega x, -\cos \omega x)$, $\vec{b} = (\cos \omega x, \cos \omega x)$, 函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{1}{2}$ ($\omega > 0$) 的最小正周期是 π .

(1) 求 ω 的值及函数 $f(x)$ 的解析式.

(2) 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的值域.

19. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $2 \cos C(a \cos B + b \cos A) = c$.

(1) 求角 C .

(2) 若 $c = \sqrt{7}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

20. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = 2n^2$, $\{b_n\}$ 为等比数列, 且 $a_1 = b_1, b_2(a_2 - a_1) = b_1$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.

(2) 设 $c_n = \frac{a_n}{b_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项的和.

21. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x) = x^2 - (3 - a)x + 2(1 - a)$ (其中 $a \in \mathbf{R}$).

(1) 解关于 x 的不等式 $f(x) > 0$.

(2) 若不等式 $f(x) \geq x - 3$ 对任意 $x > 2$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

22. 已知 $\{a_n\}$ 是各项不为0的等差数列, S_n 为其前 n 项和, 且 $a_n^2 = S_{2n-1}$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 求 a_n .

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{2}{a_n a_{n+1}}$, T_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

① 求 T_n .

② 若对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, 不等式 $\lambda T_n < n + 8 \cdot (-1)^n$ 恒成立, 求实数 λ 的取值范围.

高二学生专属学习群



群号：674178520

群内不仅有丰富学习资料，还可以和大家一起交流
欢迎同学扫码加入~~