

2020~2021学年四川成都高新区高二上学期开学考试文科数学

一、选择题

(本大题共12小题, 每小题5分, 共60分)

1. 直线 $x + y + 2 = 0$ 的倾斜角为 () .
A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $-\frac{3\pi}{4}$ D. $-\frac{\pi}{4}$
2. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3a_{11} = 4a_7$, 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, 且 $b_7 = a_7$, 则 $b_5 + b_9 =$ () .
A. 2 B. 4 C. 16 D. 8
3. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 则下列命题中正确的是 () .
A. 若 $m // \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$ B. 若 $\alpha \perp \beta, m // n$ 且 $n \perp \beta$, 则 $m // \alpha$
C. 若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$ 且 $m \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$ D. 若 $m \subset \alpha, n \subset \beta$ 且 $m // n$, 则 $\alpha // \beta$
4. 点 $(0, -1)$ 到直线 $y = k(x + 1)$ 距离的最大值为 () .
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
5. 已知向量 $\vec{a} = (\cos 2\alpha, \sin \alpha), \vec{b} = (1, 2 \sin \alpha - 1), a \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{2}{5}$, 则 $\tan \alpha$ 的值为 () .
A. $\frac{3}{4}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{4}{3}$
6. 若正数 x, y 满足 $x + 3y = 2xy$, 则 $3x + y$ 的最小值是 () .
A. $6\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. 10 D. 8
7. 已知 $A(3, 1), B(-1, 2)$, 若 $\angle ACB$ 的角平分线所在直线方程是 $y = x + 1$, 则直线 AC 的方程为 () .
A. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ B. $x - 2y - 1 = 0$ C. $y = 2x - 5$ D. $2x + y - 7 = 0$
8. 若过点 $M(-1, 0)$, 且斜率为 k 的直线与圆 $x^2 + 4x + y^2 - 5 = 0$ 在第四象限内的圆弧有交点, 则 k 的取值

范围是 () .

A. $0 < k < 5$

B. $0 < k < \sqrt{13}$

C. $-\sqrt{5} < k < 0$

D. $0 < k < \sqrt{5}$

9. 《九章算术》之后,人们进一步用等差数列求和公式来解决更多的问题.《张丘建算经》(成书约公元5世纪)卷上二十二“织女问题”:今有女善织,日益功疾.初日织五尺,今一月日织九匹三丈,问日益几何?其意思为:有一个女子很会织布,一天比一天织得快,而且每天比前一天多织相同量的布,已知第一天织5尺,经过一个月(按30天计)后,共织布九匹三丈.问从第2天起,每天比前一天多织布多少尺?(注:1匹=4丈,1丈=10尺)那么此问题的答案为 () .

A. $\frac{1}{2}$ 尺

B. $\frac{8}{15}$ 尺

C. $\frac{16}{31}$ 尺

D. $\frac{16}{29}$ 尺

10. 已知正四棱锥 $S-ABCD$ 侧棱长为 $\sqrt{2}$, 底面边长为 $\sqrt{3}$, E 是 SA 的中点, 则异面直线 BE 与 SC 所成角的大小为 () .

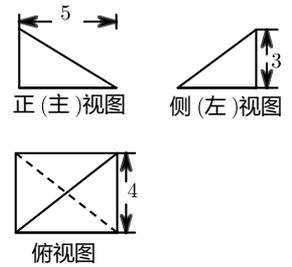
A. $\frac{\pi}{3}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{\pi}{4}$

11. 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的外接球表面积为 () .



A. 50π

B. 41π

C. 34π

D. 32π

12. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_4 = \frac{7}{2}$, 且 $2\sqrt{S_{n+1}} = \sqrt{S_n} + \sqrt{S_{n+2}}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 直线 $\sqrt{S_{n+1}}x + \sqrt{S_n}y = 1$ 与两坐标轴围成的三角形的面积为 T_n , 则 $T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_{2159}$ 的值为 () .

A. 1

B. $\frac{2158}{2160}$

C. $\frac{2161}{2160}$

D. $\frac{2159}{2160}$

二、填空题

(本大题共4小题, 每小题5分, 共20分)

13. 若一个圆锥的侧面展开图是面积为 $\frac{9}{2}\pi$ 的半圆面, 则该圆锥的底面积为 _____ .

14.

若 x, y 满足约束条件为 $\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x - y \leq 0 \\ x + y - 4 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为 _____ .

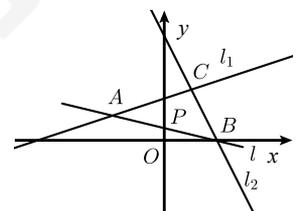
15. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 4$, 直线 $l: y = x + b$. 若圆 O 上恰有 3 个点到直线 l 的距离都等于 1, 则正数 $b =$ _____ .

16. 已知直线 $l_1 // l_2$, A 是 l_1, l_2 之间的一点, 并且 A 点到 l_1, l_2 的距离分别为 1, 2, B 是直线 l_2 上一动点, $\angle BAC = 90^\circ$, AC 与直线 l_1 交于点 C , 则 $\triangle ABC$ 面积的最小值为 _____ .

三、解答题

(本大题共 6 小题, 共 70 分)

17. 如图直线 l 过点 $P(0, 1)$, 且与直线 $l_1: x - 3y + 10 = 0$ 和 $l_2: 2x + y - 8 = 0$ 分别相交于 A, B 两点.



(1) 求过 l_1 与 l_2 交点 C , 且与直线 CP 垂直的直线方程.

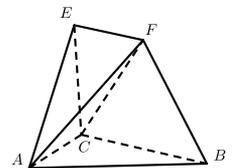
(2) 若线段 AB 恰被点 P 平分, 求直线 l 的方程.

18. 已知 α, β 为锐角, $\tan \alpha = \frac{4}{3}$, $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求 $\cos 2\alpha$ 的值.

(2) 求 $\tan(\alpha - \beta)$ 的值.

19. 如图, 四边形 $ECBF$ 是直角梯形, $\angle ECB = 90^\circ$, $EF // BC$, $EF = 2$, $BC = 4$, 又 $AC = 2$, $\angle ACB = 120^\circ$, $AB \perp EC$, 直线 AF 与直线 EC 所成的角为 60° .



(1) 求证: 平面 $EAC \perp$ 平面 ABC .

(2) 求三棱锥 $E - FAC$ 的体积.

20. 已知 $\odot C: x^2 + y^2 + Dx + Ey - 12 = 0$ 关于直线 $x + 2y - 4 = 0$ 对称, 且圆心在 y 轴上.

(1) 求 $\odot C$ 的标准方程.

(2) 已知动点 M 在直线 $y = 10$ 上, 过点 M 引圆 C 的两条切线 MA 、 MB , 切点分别为 A 、 B , 记四边形 $MACB$ 的面积为 S , 求 S 的最小值.

21. 在 $\triangle ABC$ 中, $a \sin\left(B + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{b+c}{2}$, 且 BC 边上的中线长为 $\frac{\sqrt{13}}{2}$, $AB = 3$.

(1) 证明: 角 B , A , C 成等差数列.

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

22. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足, $a_1 = 3$, $a_n = a_{n-1} + 2^{n-1}$ ($n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项.

(2) 若 $b_n = n(a_n - 1)$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

(3) 设 $c_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, $T_n = 2c_1 + 2^2 c_2 + \cdots + 2^n c_n$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 求证: $\frac{2}{15} \leq T_n < \frac{1}{3}$ ($n \in \mathbf{N}^*$).

高二学生专属学习群



群号：674178520

群内不仅有丰富学习资料，还可以和大家一起交流
欢迎同学扫码加入~~